圧縮指数 C_c と体積圧縮係数 m_v

圧縮指数 $C_c = \dfrac{\Delta e}{\log \dfrac{p' + \Delta p'}{p'}}$ $\qquad C_c = \dfrac{de}{\log \dfrac{p' + dp'}{p'}}$

体積圧縮係数 $m_v = \dfrac{\varepsilon}{\Delta p'} = \dfrac{\dfrac{\Delta e}{1+e}}{\Delta p'}$ $\qquad m_v = \dfrac{1}{1+e}\dfrac{de}{dp'} \qquad \therefore \dfrac{de}{dp'} = (1+e)m_v$

$$C_c = \frac{de}{\log \dfrac{p'+dp'}{p'}} = \frac{de}{A\ln \dfrac{p'+dp'}{p'}} = \frac{de}{A\{\ln(p'+dp') - \ln p'\}}$$

ここで A は対数の底の変換による発生する定数で、

$$A = \frac{1}{\ln 10} \approx 0.434$$

また、$\ln(p'+dp')$ を p 周りで Taylor $f(x+dx) = f(x) + \dfrac{df}{dx}dx + \dfrac{1}{2!}\dfrac{d^2 f}{dx^2}dx.....$ 展開すると、

$$\ln(p'+dp') = \ln p' + \frac{1}{1!}\frac{1}{p'}dp' - \frac{1}{2!}\frac{1}{p'^2}(dp')^2 + ...$$

であるから、一次近似まで用いると、

$$\ln(p'+dp') \approx \ln p' + \frac{1}{p'}dp'.$$

したがって、

$$C_c = \frac{1}{0.434}\frac{de}{\{\ln(p'+dp') - \ln p'\}} \approx \frac{1}{0.434}\frac{de}{\left(\ln p' + \dfrac{1}{p'}dp' - \ln p'\right)}$$

$$= \frac{1}{0.434}p'\frac{de}{dp'} = \frac{1}{0.434}p'(1+e)m_v$$

よって、

$$m_v = 0.434\frac{1}{p'}\frac{1}{1+e}C_c$$

体積圧縮係数は圧力とともに小さくなることがわかる。

以上