

## DEM 計算結果の集合体としての見方

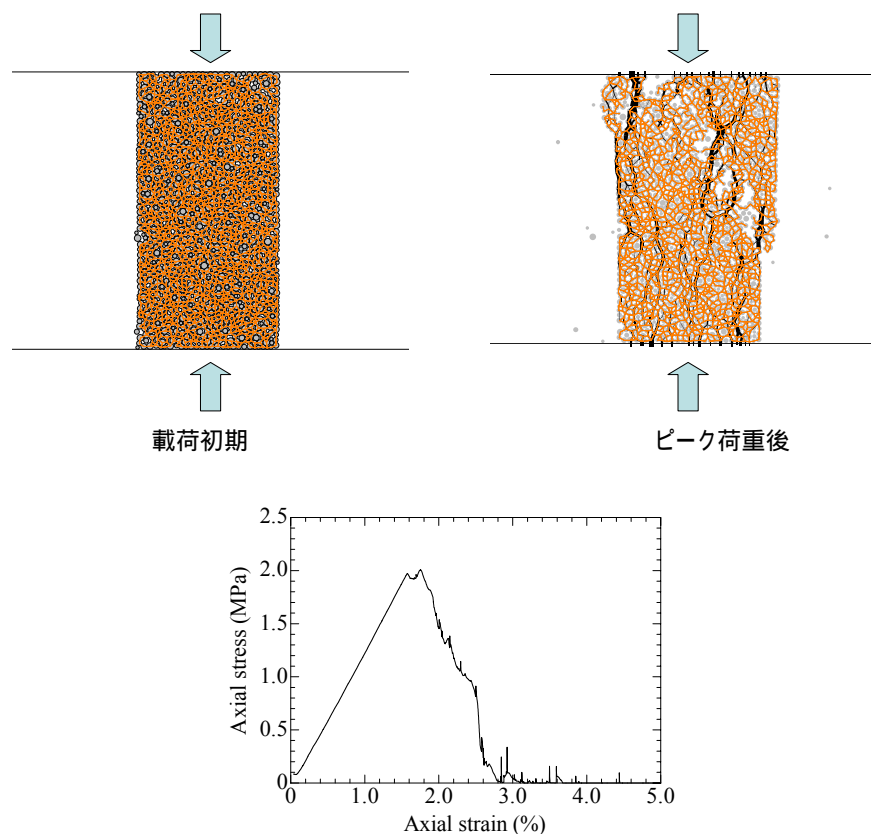
名古屋工業大学 前田健一

1. はじめに
2. モデリングの確認 ( 2 次元 )
  - 2.1 モデリングの基本概念
  - 2.2 接点要素の導入
  - 2.3 粒子の運動方程式
3. 粒状体の挙動に及ぼすパラメータの影響 ( 2 次元 )
  - 3.1 二軸圧縮試験結果でパラメータの影響をみる
  - 3.2 試料の準備：非円形粒子の導入
  - 3.3 供試体の作成：密度の調整
  - 3.4 変形・破壊強度に及ぼすバネ定数の影響
  - 3.5 変形・破壊強度に及ぼす減衰の影響
  - 3.6 変形・破壊強度に及ぼす粒子形状の影響
  - 3.7 変形・破壊強度に及ぼす粒子間摩擦角および回転拘束の影響
4. 応力とひずみを用いた解析結果の考察
  - 4.1 DEM 解析結果を応力，ひずみから検討するために
  - 4.2 支持力問題への適用例
  - 4.3 粒状体の流れ問題への適用例

## 1. はじめに

### 1.1 DEMシミュレーションへのモチベーションの確認

個別要素法 (Distinct Element Method : 以下 DEM と略す) は, Cundall (1971, 1979)<sup>1)2)</sup>によって提案され発展してきた不連続体の運動を解く解析手法である。最初は岩盤力学の問題に導入され, その後地盤の問題に応用された。現在では様々な問題に適用されている。DEM は有限要素法 (FEM) のような連続したメッシュをもたない粒子法に属し, 解析対象を粒子要素の集まりで表現しそれぞれ粒子の運動を追跡する。その際に, FEM のように仮想仕事の原理に基づき系全体としてエネルギー最小となるような解を求めるといった拘束はなく, 粒子要素の運動は物理学の基本原則 (Newton の第二運動法則) に従って解けばよい。



(亀裂の発生、進展、破壊、すべり、剥離): 灰色の丸が粒子、オレンジ色が結合力を発揮しているボンド

図-1.1 固結性材料の一軸圧縮試験における供試体の破壊

DEM の要素は変形しない剛体粒子で, 個々の粒子が大きな変位や回転できるために, 剥離, 滑り, 接触という連続体ベースの解析手法では追跡することができない現象を簡単なアルゴリズムで計算す

ることができる。具体的にみてみると、図-1.1 はコンクリートや岩をイメージした供試体を弾性変形の範囲から完全に破壊するところまでシミュレートした様子を示している。

図-1.2 は石礫型土石流をイメージして粒子の集合体を流動させその流れの特性をシミュレートした結果を観察したものである。接触する粒子同士の力のやりとりなどの相互の作用を動的な問題として扱うといわゆる不安定な挙動も計算でき、小さな変形、亀裂の発展、そして大きな変形、破壊、さらに破壊後に激しく離散化するという状態までの一連の挙動も連続的に表現可能である。このシミュレーション過程では、材料自体の構成則を必要とせず、何が起きるのか、なぜこんなことが起きるのかをということを実験できる。その点が魅力的である。DEM で解析してみようとする現象はワクワクさせるものが多い。

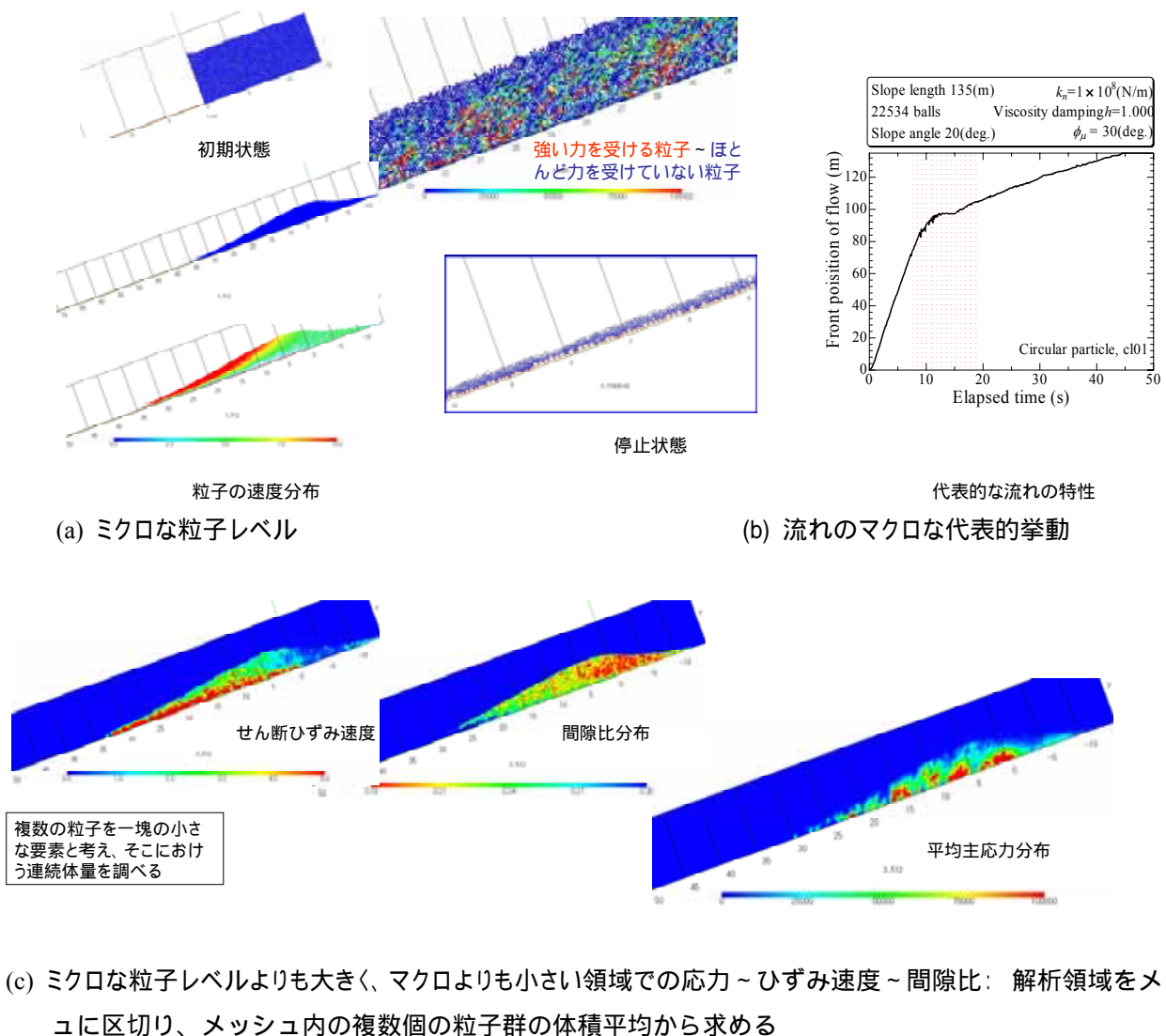


図-1.2 粒状体の流動の様子

1.2 DEM に期待することと使い方

一方、DEM 解析で大きな解析断面を扱おうとすると当然多くの粒子を用意しなければならない、といった欠点が指摘される。確かにまともにも多くのことを計算しようとする、何気なく掬った大さじ一杯に含まれる砂糖の中に含まれる粒もかなり多いし、砂の力学試験用の供試体にいたっては膨大である。ましてや構造物の下の地盤ともなれば数え方もしらない数字となるかもしれない。こういったことをまともにも解こうとすること、ましてや、これを要求することも間違っているとおもわれる。実際には観察したい内容・目的にあった個数でやればよいし、どうしてもできない個数であればやらなければよいことになる。逆にこのような問題は DEM の出番でないということである。

DEM を使うときには、極簡単で物理的意味がはっきりした粒子接点でのメカニズムを導入するだけで、その後は時間ステップを刻み計算を進行させるという単純な考えで不連続性を有する現象を再現する、ということを期待している。研究したり設計したりする際に、こんな場合はどうなるのだろう？という疑問に対していろいろと試してみたい時、極端な値を入力してどうなるかを見てみたい時（特殊な結果の中に案外ヒントがひそんでいることが多々ある）、解析対象が壊れきるところまで見てみたい時、などは少なくない。やはりこのときが DEM の出番であると考えられる。粒子数が膨大でなくても、力学を駆使してオリジナリティを発揮して観察することで、メカニズムを見出しその結果を活かすことで、よいモデルを組み立てたり、よい設計したりする手助けとなる。かなり気の利いた数値実験装置である。

また、粒子レベルから計算することで、図-1.3 のように、解析結果をいろんなスケールで観て考えることができる、という点がお得である。粒子の変位、粒子に働く力という小さなスケールから（図-1.3(a)）、粒子の大きさがほとんど認識できない位の大きなマクロなスケールでも見る事ができる（図-1.3(c)）。前者（図-1.3(a)）ではある処では粒子（固体）でその隣は間隙という極端に不均質であるが、後者ではいわゆる連続体となる。さらにその中間のスケールで複数の粒子が連なったりいわゆるクラスターのレベルでも考察できる（図-1.3(b)）。このレベルでは、粒子の接点力や変位という離散体の量を適切に処理することによって応力やひずみといった連続体としての情報も得ることができるし、離散体としての不均質さも表現できる。粒子群の流れを計算した図-1.2 を例にとると、図-1.2(a)は粒子個々の運動を捉え、図-1.2(b)は流れ全体の代表的特性を、図-1.2(c)は中間のスケールでみた局所的な応力やひずみの分布を観察可能（図-1.4）にしてくれる。何を見るかは見たい人がきめればよい。

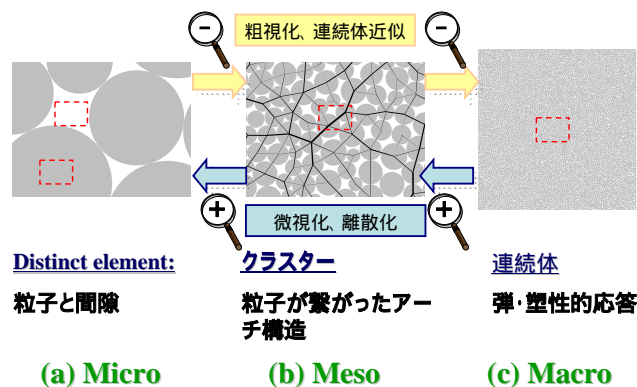


図-1.3 いろんなスケールで捉えるとお得！？

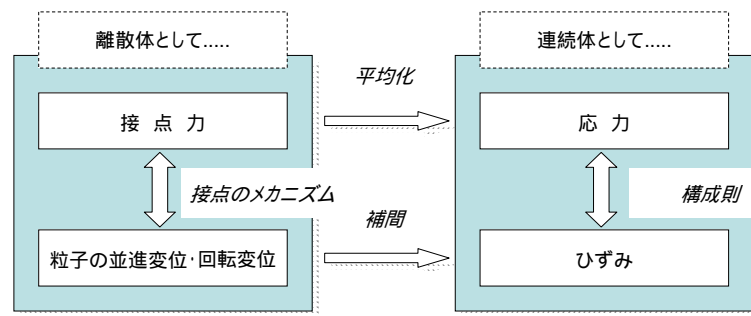


図-1.4 離散体の量から連続体量へ

とにかく、最近の計算機の発展は理学、工学、農学などあらゆる分野でいろんな魅力を持つ DEM を使い易くしている。思いつくままに、

- ・ 粒状体・粉体の変形・破壊挙動、混合体の挙動
  - ・ 粒子加工・破碎
  - ・ 粒状体・粉体の流動挙動（石礫型の土石流も含む）
  - ・ 岩盤の崩落、落石の挙動
  - ・ 岩盤やコンクリートなど亀裂発展が主な破壊挙動
  - ・ 建物の崩壊
  - ・ トンネル掘削
  - ・ 鉱山開発
  - ・ 断層、造山運動
  - ・ 地震時の液状化、堤防の決壊
  - ・ 構造物と地盤の相互作用
  - ・ 港湾、鉄道などの石をもった施設
  - ・ 城の城壁やレンガ構造物などの文化財
- .....(適用事例は拡大していく)

などが簡単に列挙できる。このような DEM を上手に使いこなすことは理学、工学、設計において有益であるし今後より不可欠となってくると信じる。

本章では、二次元解析の基本をおさらいするとともに、典型的例である二軸圧縮試験の変形・破壊挙動に及ぼす基本パラメータの影響を整理することで DEM の理解の助けになることを目指す。また、いくつかの応用計算例についても紹介する。

## 2. モデリングの確認

### 2.1 モデリングの基本的概念

粒状体もしくは離散体として取り扱いたい対象を DEM によってモデル化するという作業は物理学の力学でなかったことを忠実に使い、材料力学の基本的知識を用いて考察するということである。全く敬遠する必要はない。

DEM では各粒子要素をその変形を解くことなく剛体(変形しない物質)と考え、各粒子に作用する合力  $F$  から『Newtonの運動の第二法則』( $F=ma$ )に基づいて粒子の加速度  $a$ 、速度、変位を求め粒子の移動後の位置を求める。その後、粒子の新しい位置関係から新しい接触関係が生まれ、接点を更新される。粒子の相対変位から接点の変位、そして接点力が算出される。その合力と合モーメントが判り、再び各粒子の運動は質点の運動として計算される(図-2.1)。

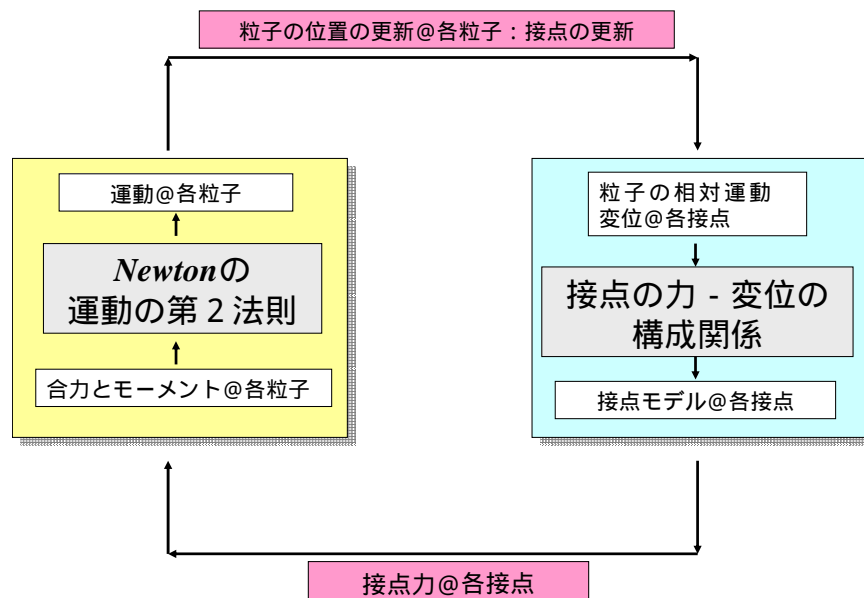


図-2.1 DEMにおける主な計算サイクル

図-2.1のサイクルの左半分について考える。粒子の移動量を決定する手順にはいくつかの方法が考えられる。静的解法、動的陽解法、動的陰解法である。このうち最も広く用いられている方法は動的陽解法で不釣り合い力を加速度に分担させる方法である。丁寧に分かり易く検討された文献としては三浦(1988)の論文<sup>3)</sup>などがある。

重要なのが図中のサイクル右半分の接点モデルである。これは粒子と粒子が接して、力を伝達する、粒子が回転する、粒子間で滑りが発生する、といった接点間のメカニズムをどのように表現するか、という物理モデルとなる。

まず、接触面の法線方向に接する2球に対して力  $N$  が作用する場合を考える(図-2.2)。実際には粒子はある硬さ(ヤング係数  $E$ 、せん断弾性係数  $G$ 、ポアソン比  $\nu$ )があるために図-2.2(a)のように球の接触部分では局所的に変形が生じ応力分布が発生する。この合計が接点力となり  $N$  に対する反力である。このとき、Hertzの弾性接触理論<sup>4)</sup>に基づくと半径がそれぞれ  $r_1, r_2$  の2球(それぞれの中心を  $o_1, o_2$ )の  $N \sim \delta^{3/2}$  関係は次式のように表される(図-2.3)。

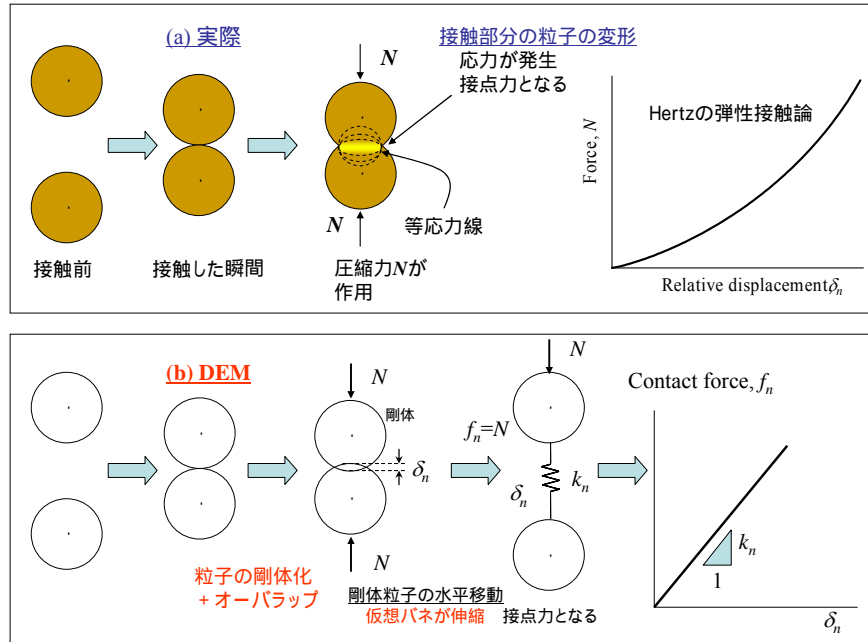


図-2.2 接触面垂直方向の接点バネモデル: (a)実際の挙動, (b)DEM のモデル

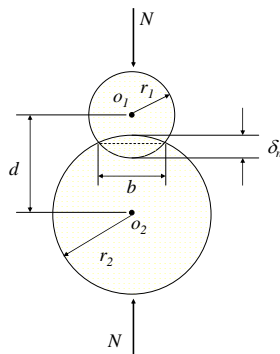


図-2.3 Hertz の弾性接触理論のモデル

$$\delta_n = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi} \frac{N}{E} \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{4r_1}{b} + \ln \frac{4r_2}{b} \right) \quad (2.1.1)$$

$$b^2 = \frac{8}{\pi} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \left( \frac{1-\nu^2}{E} \right) N \quad (2.1.2)$$

ここで、 $b$  は2粒子中心の接近量  $= (r_1 - r_2) + d$  ( $d$  は線分  $o_1 o_2$  の長さ; 2球の中心間距離) のときの接触幅である。二球を押しつけると、接触部分では幅  $b$  にわたって最大  $d$  だけへこむことを意味している。また、荷重  $N$  と中心間の相対変位量  $\delta_n$  は図-2.2(a)のように下に凸の曲線となり、 $\delta_n$  とともに発生する力は大きくなる。応力やひずみを受ける粒子の集合体では各接点でこのような変形メカニズムが発生しマクロな応答が現れる。しかし、粒子位置の更新と粒子の変形という現象を忠実に計算することは容量と時間を膨大に要する。そこで、図-2.2(b)のように粒子接触部に以下のような仮定を設ける。

**(粒子接触部に関する仮定)**

- [A.1] 粒子は剛体である (粒子は変形しない)
- [A.2] 接する2球は互いにオーバーラップを許す
- [A.3] オーバラップ量は接触部分に定めた力 - 変位関係に従い、粒子の大きさと比較すると小さい

まず, 仮定[A.1]と[A.2]から, 粒子の接触条件は以下ようになる。

$$\delta_n = (r_1 + r_2) - o_1 o_2 \geq 0 \quad (2.1.3)$$

つぎに, 接触している粒子間に接点力  $f_n$  と相対変位量  $\delta_n$  の関係が図-2.2(a)のような荷重  $N$  と相対変位量  $\delta_n$  の関係になるように, 図-2.2(b)に示すような仮想のバネを接点に設ける。対象となる荷重範囲があまり広くなければ接触部でのオーバーラップ量は小さいので  $N \sim \delta_n$  関係を直線とみなし, 線形な仮想バネ (バネ定数:  $k_n$ ) によって接点力  $f_n \sim \delta_n$  の関係を近似できる。オーバーラップ量は物理的な変位の大きさであるが, このバネはオーバーラップ量から接点力を発生させる単なる仮想の装置であり粒子と粒子の実空間にある長さをもって存在するものではない。

$$N \propto \delta_n \Rightarrow f_n = k_n \cdot \delta_n \quad (2.1.4)$$

さらに, 接触面接線方向も同様な考え方でモデル化する。接触部分のせん断変形が接点力の源であり, 接線方向つまりせん断方向に配置された仮想バネ (バネ定数  $k_s$ ) によってモデル化される (図-2.4)。図-2.4 は粒子間の相対変位 (接点の変位)  $\delta_s$  が粒子の並進運動に生じた場合である。

$$F \propto \delta_s \Rightarrow f_s = k_s \cdot \delta_s \quad (2.1.5)$$

接触面接線方向では粒子の回転によっても接触部分に変形が生じるので粒子回転に伴う接点力の変化を考える必要がある。

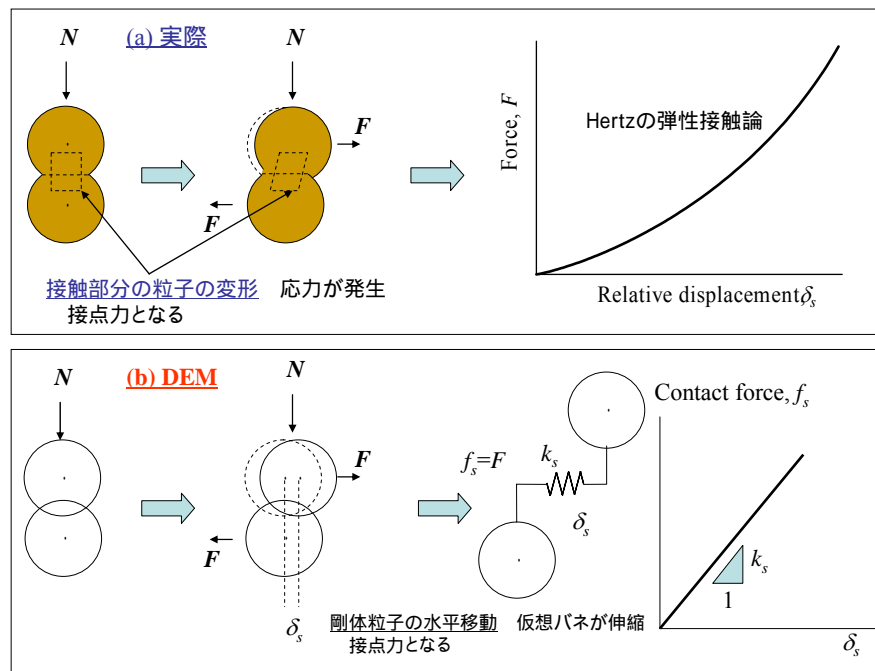


図-2.4 接触面接線方向の接点バネモデル (この図は並進運動の場合のみ): (a) 実際の挙動, (b) DEM のモデル



以上の変形による力の伝達機構をバネでモデル化する以外に、粒子間の滑り対する摩擦特性の表現が必要である。また、粒子衝突時の反発係数や粒子が振動する時の減衰特性やボンド効果を表現する接点メカニズムを導入する必要がある。

## 2.2 接点要素の導入

前節で述べたように、DEM では粒子を剛体とするかわりに、接点に弾性特性、減衰特性、摩擦特性、ボンド特性を表現するメカニズムを導入することで、粒子間のマイクロなレベルでの力～変位の構成関係を記述する。それぞれの特性のために以下の接点要素を用いる(表-2.1)。これらは接触面に垂直方向と接線方向にそれぞれ配置する。ただし、摩擦特性はせん断方向のみに働くべきである。また、接点ではボンド効果が無いかぎり非圧縮力を伝達しないので(ノン・テンション・デバイダー:引張力が作用しようとする)、粒子接点の場合には、バネとダッシュポットは並列に接続する Voigt(フォークトモデル)が適切であるので、接点メカニズムは図-2.5 のようになる。

表-2.1 DEM の接点要素

表現したい特性	接点要素	パラメータ	記号	特徴
弾性特性	接点バネ	バネ定数	$k_n, k_s$	接点の変位量に応答する弾性力を発揮する。
減衰特性	ダッシュポット	粘性係数 減衰定数	$c_n, c_s$ $h_n, h_s$	接点の速度に比例した粘性力を発揮する。
摩擦特性 (接線方向のみ)	スライダ	摩擦係数 (粒子間摩擦角)	$\mu = \tan \phi_\mu$	静止摩擦力に達すると流動変位し、これを超える力を伝達しない。
	ノン・テンション・デバイダー	-	-	引張力を伝達せず、非圧縮力になると力学的にも接触関係が解除される。
結合特性	ボンド要素	-	-	
.....	.....	.....	.....	.....

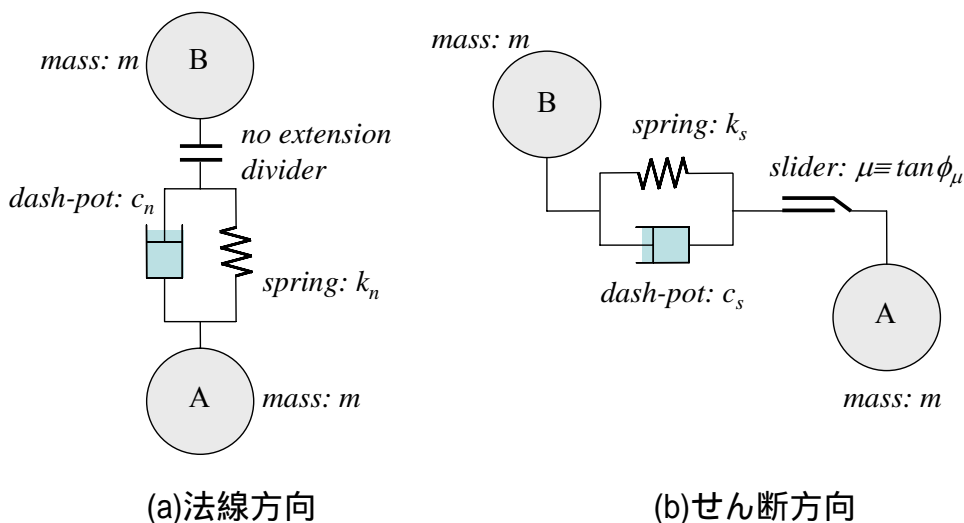


図-2.5 接点メカニズム: Voigt(フォークト)モデル

さて、粒子 A の運動に着目する。仮に粒子 B の位置を固定し、粒子 B の中心に対する粒子 A の中心の相対変位を法線方向  $u_n$ 、せん断方向  $u_s$  とすると、粒子 A、B が接触状態にある間、粒子 A の運動は粒子 B からの接点力以外の力が働かないとすると以下の振動方程式で記述されることになる。ただし、粒子は並進運動だけでなく粒子の中心に対する回転運動も可能であるが、回転による接点の変位は粒子の回転角速度を  $\omega(\text{rad./s})$  (反時計周りを正) とすると半径  $r \times \omega$  となる。

(法線方向の並進運動)

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} + c_n \frac{du_n}{dt} + k_n u_n = 0 \quad (2.2.1a)$$

(せん断方向の並進運動)

$$m \frac{d^2 u_s}{dt^2} + c_s \frac{du_s}{dt} + k_s u_s = 0 \quad (2.2.1b)$$

(粒子中心に対する回転運動)

$$I \frac{d^2 \omega}{dt^2} + c_s r^2 \frac{d\omega}{dt} + k_s r^2 \omega = 0 \quad (2.2.1c)$$

ここで、 $I$  は回転モーメントである。

上式の自由振動方程式で、質量  $m$ 、バネ定数  $k$ 、粘性係数  $c$  はそれぞれ、現在の状態を維持させたいとする慣性力、元の状態(静的な釣り合い状態)に復元力、粘性力をつかさどるものである。また、この系の基本の固有振動周期は  $2\pi\sqrt{(m/k)}$  で決定される。振動の減衰効果は粘性力と慣性力、復元力との相互関係で決まるものであるので、 $c_{cr}=2\sqrt{(m/k)}$  とすると減衰効果は減衰定数  $h=c/c_{cr}$  で表すことができる。減衰定数  $h < 1$  では自由減衰振動(under damped vibration)、 $h > 1$  は過減衰振動(over damped vibration)、その境界の  $h = 1$  は臨界減衰振動(critically damped vibration)と呼ばれる。通常の建物の振動解析では  $h=0.02 \sim 0.05$  程度である。地盤の場合にはひずみレベルに大きく依存する。イメージをもつために初期速度ゼロの場合の自由振動の一例を図-2.6 に示す。減衰定数  $h$  の効果がみてとれる。DEM 解析では特に静的な解析では  $h=1$  の臨界減衰を採用することが多い。しかし、これは問題に応じて要検討である。

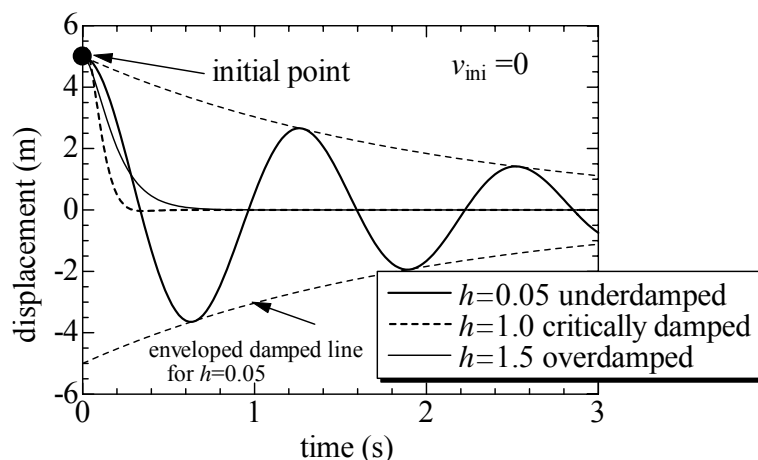


図-2.6 1自由度の自由振動方程式の解に及ぼす減衰定数の影響

### 2.3 粒子の運動方程式

粒子 B から粒子 A に作用する接点力の法線方向成分、せん断方向成分をそれぞれ  $f_n, f_s$  とすると、  
(接点力の法線方向成分)

$$f_n^c|_{AB} = \left( -c_n \frac{du_n}{dt} - k_n u_n \right) \quad (2.2.2a)$$

(接点力のせん断方向成分)

$$f_s^c|_{AB} = \left( -c_s \frac{du_s}{dt} - k_s u_s \right) + \left( -c_s r \frac{d\omega}{dt} - k_s r \omega \right) \quad (2.2.2b)$$

(粒子周りのモーメント)

$$M^p|_A = \left( -c_s r \frac{d\omega}{dt} - k_s r \omega \right) \quad (2.2.2c)$$

なる。したがって、

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = f_n^c|_{AB} \quad \Rightarrow \quad \ddot{u}_n = \frac{f_n^c|_{AB}}{m} \quad (2.2.3a)$$

$$m \frac{d^2 u_s}{dt^2} = f_s^c|_{AB} \quad \Rightarrow \quad \ddot{u}_s = \frac{f_s^c|_{AB}}{m} \quad (2.2.3b)$$

$$I \frac{d^2 \omega}{dt^2} = M^p|_A \quad \Rightarrow \quad \ddot{\omega} = \frac{M^p|_A}{I} \quad (2.2.3c)$$

ここで  $\ddot{u}, \ddot{\omega}$  は  $u, \omega$  に時間による二階微分を意味する。変位置  $u_n, u_s$ 、接点力  $f^c$  の成分を  $x_1, x_2$  座標の変換することができる。

$$\begin{pmatrix} u_n \\ u_s \\ \omega \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \omega \end{pmatrix} \quad \text{接点力も同様に,} \quad \begin{pmatrix} f_n \\ f_t \\ \omega \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} f_1^c \\ f_2^c \\ \omega \end{pmatrix} \quad \text{となる。}$$

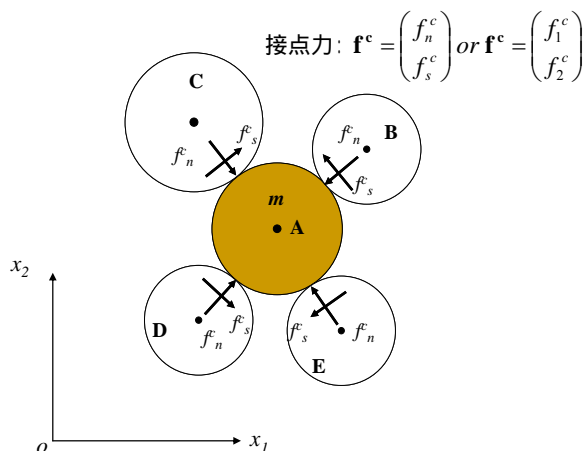


図-2.7 着目した粒子は接触している周辺の粒子から接点力を受ける

さらに, 図-2.7 に示すように着目した粒子 A に複数の粒子 B,C,D が接触状態にある場合, 粒子 A はそれぞれの粒子から接点力を受ける。その力の合力が粒子 A を動かすことになる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= \frac{\mathbf{f}_1^c}{m} \\ \ddot{u}_2 &= \frac{\mathbf{f}_2^c}{m} \\ \ddot{\omega} &= \frac{\mathbf{M}^p}{I} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4a)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_1^c &= f_1^c|_{AB} + f_1^c|_{AC} + f_1^c|_{AD} + f_1^c|_{AB} \\ \mathbf{f}_2^c &= f_2^c|_{AB} + f_2^c|_{AC} + f_2^c|_{AD} + f_2^c|_{AB} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.5b)$$

### 3. 二軸圧縮試験にみるパラメータの影響

#### 3.1 二軸圧縮試験結果でパラメータの影響をみる

粒子の集合体である粒状体（離散体）を DEM でシミュレートするときのパラメータの影響について検討する。粒状体（離散体）の挙動の基本である二軸試験結果を中心にパラメータの変化に伴う変形・破壊挙動を観察し理解することは、上手に DEM シミュレーションを実施し、その結果を吟味するためにも不可欠である。

粒子と間隙から構成される不均質な粒状体のマクロの変形・破壊特性は、接点のミクロな剛性と粒子構造によって決定される。材料にマクロな変形を与えたり力を作用させたりすれば、粒子間滑りや粒子回転といったミクロな現象によって粒子構造の形成と消失が生じ材料のマクロな応答は強い非線形性を示す。図-3.1 は個別要素法（DEM）解析で粒状体の二軸圧縮試験（側圧一定）を行った様子で、等方圧縮時と破壊後の供試体内の粒子や接触力の分布を示している。図から分かるように、粒状体の内部全ての粒子が外力を支持するわけではなく、粒子間の接触関係によって生じる粒子構造によって不均質性はさらに高くなる。

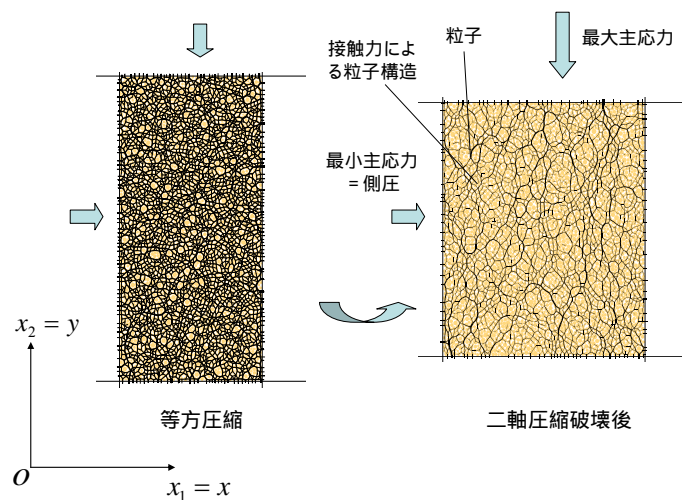


図-3.1 粒状材料の粒子構造（黒の線が粒子間の接触力を表し、太さがその強さを意味する）

粒子構造の変化やその力学特性は粒子特性によって影響を受けることが実験的にも解析的にも示されている。したがって、粒子構造がマクロな応力や変形に伴いどのように変化するのか、その変化はどのように粒子特性の変化を受けるかを知ることは、地盤材料の挙動を適切に理解しモデルをつくる上で大切なことである。粒子特性のなかでも粒子間摩擦角や粒子形状は粒子間滑りに対する安定性や接点での変形性にミクロレベルで直接影響し、粒子の接触関係によって形成される間隙の変化の自由度を決定する極めて重要な因子である。

3.2 試料の準備：非円形粒子の導入

砂の変形・破壊が主に粒子間滑りに起因するとすれば、粒子間摩擦角が大きいほど強度は高くなる。しかし、実験的、解析的観察から粒子骨格の荷重レベルに依存した崩壊（つまり座屈）の重要性が指摘されている。これらは内部の粒子からなる構造の誘導異方性の限界、せん断帯内部機構、変形・破壊特性の応力レベル依存性などに関連付けられる。また、粒子骨格の崩壊機構が粒子間滑りだけでなく座屈現象が重要であるとすると、噛み合わせ機構（インターロッキング）をもたらす粒子形状が重要な因子となる。

球形の粒状体に比べて粒子形状が角張っている粒状体の変形は延性的であるとともに、拘束圧や密度変化の影響を受けやすいことが実験で示されている<sup>5),6)</sup>。三浦・前田らは粒径、粒度、粒形や材質が異なる約200種類もの粒状材料について物理試験（安息角を含む）と通常の排水三軸圧縮試験を行い、粒子特性が物理的特性、力学特性およびその圧力依存性・密度依存性に及ぼす影響について詳細に調べた。用いた試料は、現地から採取した山砂、陸砂、海砂の試料、市販の豊浦砂、珪砂、相馬砂などを破碎や粒度調整などで配合した試料、ガラスビーズ（球形で表面が滑らかで硬い）や軽量骨材（球形で表面が滑らかで脆い）などの人工試料などである。物理的特性として最大・最小密度試験から得られる最大間隙比  $e_{max}$  と最小間隙比  $e_{min}$  との差 ( $e_{max} - e_{min}$ ) に着目している。これは相対密度  $D_r$  の分母であり、材料の間隙比の変化の自由度つまり粒子構造の変化のし易さ（自由度の高さ）を表すと考えられる。これは粘性土試料の工学的分類や力学特性の推測に用いられる塑性指数  $I_p = w_L - w_p$  ( $w_L$ : 液性限界,  $w_p$ : 塑性限界) に対応している。また、 $e_{max}$  と  $e_{min}$  の間にはおおよそ  $e_{max} \approx 1.62 \times e_{min}$  の関係が成立し、( $e_{max} - e_{min}$ ) は角張っているほど、平均粒径  $D_{50}$  が小さいほど大きい。また、相対密度や圧力レベルが同じであれば、せん断初期においては粒子が角張っているほど接点での不安定さが高いことなどから、角張り度が高く ( $e_{max} - e_{min}$ ) が大きい試料ほど剛性は低くなる。一方、破壊時においては、粒子間の噛み合わせが発揮されることで角張り度が高く ( $e_{max} - e_{min}$ ) が大きい試料ほど破壊時の内部摩擦角  $\phi_d$  は高くなる。通常、材料は「硬いものほど強い」が常識であり、ある砂に限定すれば、密度が高いものほど硬く強いという常識的な結果が得られる。しかし、上記の結果は「強いものほど軟らかい（圧縮性が高い）」と言え、このメカニズムが砂に延性を与えることになる。

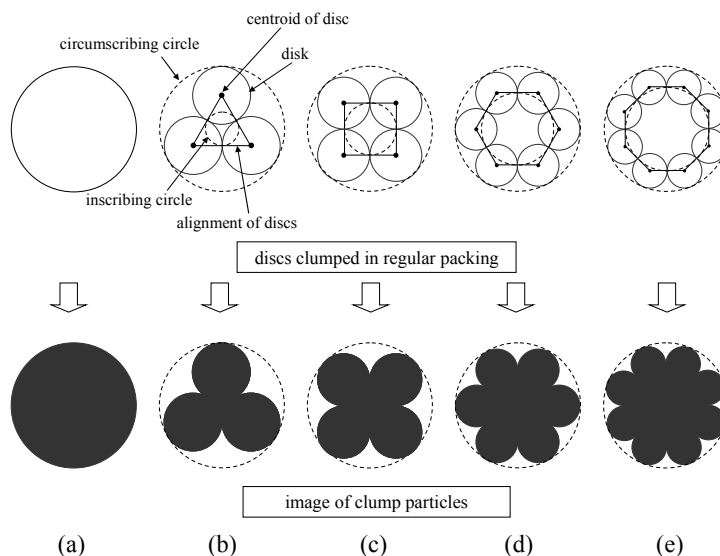


図-3.2 円形粒子と非円形粒子の例：(a) c101 (circle), (b) c103 (triangle), (c) c104 (quadrangle), (d) c106 (hexagon), (e) c108 (octagon).

そこで、DEM でも圧縮性も高く強度も高い地盤を作る際には非円形粒子を導入する必要がある。ここでは、表面形状がスムーズな楕円体ではなく、凹凸がある非円形粒子を用いた結果について示す。円形粒子(c101)の他に粒子を多角形配置し連結させ非円形粒子(三角形、六角形の場合をそれぞれ c103, c106 と表す)を用いてみる(図-3.2)。下の段の粒子が非円形粒子のイメージ図となる。円形粒子は転がり摩擦のような回転抵抗を全くもたないが、非円形粒子では凹凸の引っ掛りが生じるため回転抵抗が働く。

### 3.3 供試体の作成：密度の調整

本解析では、壁境界要素を用いて四角形要素供試体全体の变形・応力を制御している(図-3.3 参照)。図に示すように緩い供試体を作成するには、まず、粒子間摩擦係数  $\tan\phi_{\mu g}$  をもつ粒子をお互いが接触しない程度に緩く(間隙率  $n_g \approx 0.3 \sim 0.4$ ) 発生させ、壁要素を移動させ所定の等方応力  $\sigma_{m0}$  (ここでは  $\sigma_{m0}=0.05\text{MPa}$ ) になるようにする。その後、応力状態 ( $\sigma_{m0}=0.05\text{MPa}$ ) を保持しながら摩擦係数値を  $\tan\phi_{\mu}=0.25$  (試験を行う値) に変換し変形が収束状態となるまで待つ。さらに、所定の拘束圧  $\sigma_c$  まで等方圧縮した。図-3.4(a)に示すように粒子発生時の摩擦係数  $\tan\phi_{\mu g}$  を調整することで供試体の密度を調整でき、 $\tan\phi_{\mu g}=1.00$  とした場合には最も緩い状態になる。さらに小さい値(例えば  $\tan\phi_{\mu g}=0 \sim 0.05$ ) を用いればより締まった状態を得ることができる。さらに、 $n_g=0.10$  とし発生時に全ての粒子が接触状態にあればさらにさらに密となり、 $\tan\phi_{\mu g}=0$  の時(図-3.4(b))、最密状態となった。それぞれの状態の間隙比を  $e_{min}$  (間隙率  $n_g \approx 0.10$ ;  $\tan\phi_{\mu g}=0.0$ ) と  $e_{max}$  (間隙率  $n_g \approx 0.3$ ;  $\tan\phi_{\mu g}=1.00$ ) とした。

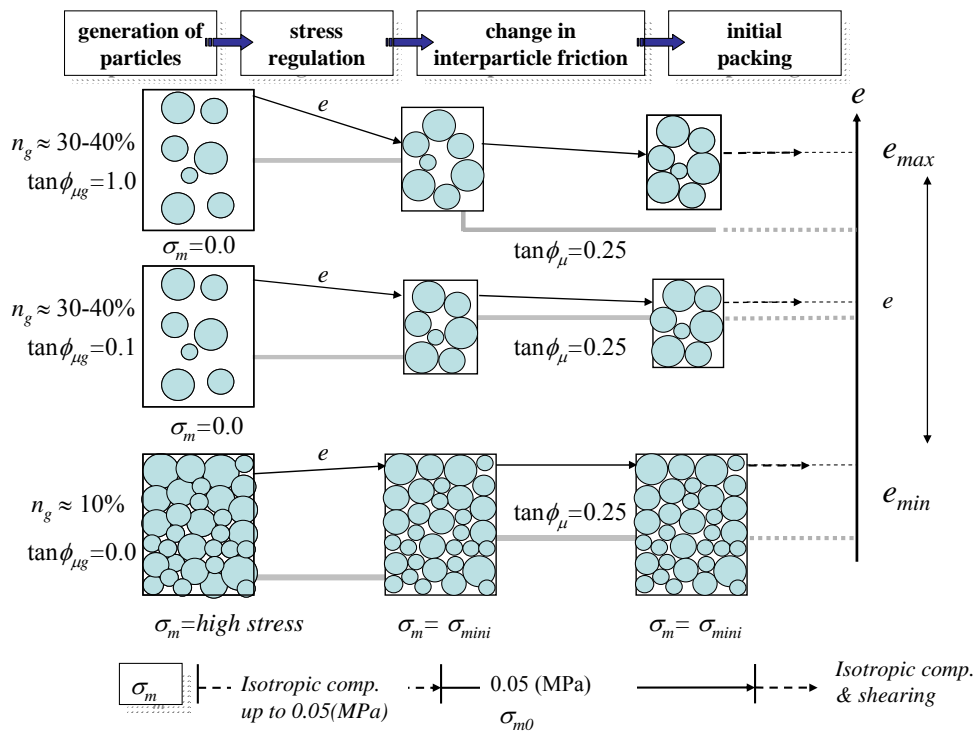


図-3.3 供試体の作成方法：密度の制御

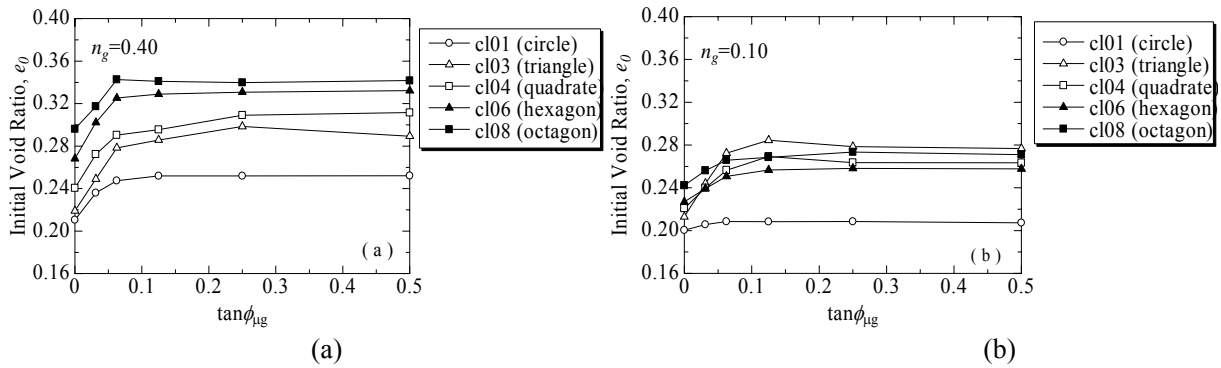


図-3.4 粒子間摩擦角による供試体の密度の制御：(a) 粒子発生の時間隙率が高い場合，(b) 粒子発生の時間隙率が低い場合

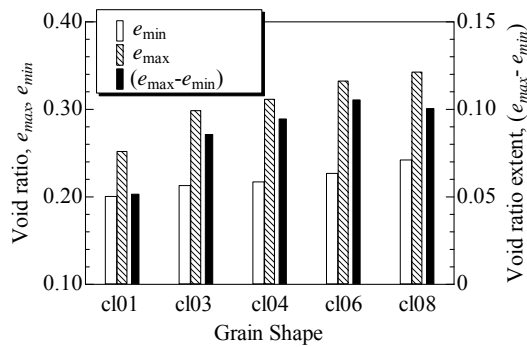


図-3.5 用いた試料の最大間隙比 $e_{max}$ ，最小間隙比 $e_{min}$ および間隙比幅 ( $e_{max} - e_{min}$ )

図-3.5 は DEM 解析で得られた  $e_{max}$  ,  $e_{min}$  ,  $(e_{max} - e_{min})$  と用いた粒子形状との関係を示しているが、円形粒子 (cl01) の値がもっとも小さく凹凸度合いが高くなると大きくなっておりこの傾向は実験結果と一致している。また、このケースではおおよそ  $e_{max} \approx 1.40 \times e_{min}$  の関係が成立している。密度の違いによってどれだけ変形・破壊強度が異なるかについては 3.6 節で示す。

### 3.4 変形・破壊強度に及ぼすバネ定数の影響

伯野<sup>8)</sup>は、地盤のS波、P波速度（弾性波動伝播速度）から平面ひずみ状態での線形バネ定数を試算する方法を次式のように提案している。

$$k_n = \frac{1}{4} \pi \rho V_p^2, \quad k_s = \frac{1}{4} \pi \rho V_s^2 \dots\dots\dots (3.4.1)$$

$$V_p / V_s = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)} \dots\dots\dots (3.4.2), \quad E = \rho V_p^2, \quad G = \rho V_s^2 \dots\dots\dots (3.4.3)$$

ここで、 $\rho$ 、 $V_p$ 、 $V_s$ 、 $\nu$ はそれぞれ波動伝播媒体である粒状体の密度、P波速度、S波速度およびポアソン比である。また、弾性係数のヤング係数 $E$ 、せん断弾性係数 $G$ 、ポアソン比 $\nu$ の相互関係は上式のようになる。上式を用いて $E$ と $\nu$ を算定した結果とDEMの結果との比較は既報<sup>5)</sup>などに詳しい。ここで、 $\nu=1/3$ とすると $V_p/V_s=1/2$ であるので $k_s/k_n=1/4$ となる。

本稿で着目する応力は、 $x$ 、 $y$ 方向の垂直応力（圧縮方向を正） $\sigma_{xx}$ 、 $\sigma_{yy}$ から算出される平均主応力 $\sigma_m=(\sigma_{xx}+\sigma_{yy})/2$ 、最大せん断応力 $\tau_m=(\sigma_{yy}-\sigma_{xx})/2$ 、応力比 $\tau_m/\sigma_m$ である。ひずみは、 $x$ 、 $y$ 方向の垂直ひずみ（圧縮方向を正） $\varepsilon_{xx}$ 、 $\varepsilon_{yy}$ および二次元の体積ひずみ $\varepsilon_v=(\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})/2$ である。

図-3.6に示すように、 $k_n \geq 5 \times 10^2$  (MN/m/m) では破壊に至る変形量に違いが見られるものの破壊強度には



あまり大きな違いが見られない。またダイレイタンスー挙動も圧縮から膨張へとピーク強度の発現前に遷移し、その傾きはピーク強度の発現時に最大となっており適切な挙動を示している。バネ定数が低い  $k_n < 5 \times 10^2$  (MN/m/m) の場合には応力ひずみもかなりガラガラとした立ち上がりとなり、体積ひずみもピーク強度発生時になって圧縮から膨張へと転じており、通常の砂などで観察される実験結果とは全く異なる挙動を示している。

ここで、仮に砂のせん断弾性係数  $G=100$ MPa ( $V_s$ =約220m/s相当) とすると  $k_s$ =約  $8 \times 10$ (MN/m/m),  $k_n$  は約  $3.2 \times 10^2$ (MN/m/m) 程度以上の値は必要であることになる。図で適切な計算結果が得られているのは  $5 \times 10^2$ (MN/m/m) ( $\geq 3.2 \times 10^2$ (MN/m/m)) 以上の場合である。したがって式(3.4.1)を使って適切なバネ定数の大きさを試算してから設定する必要がある。

一方、バネ定数比を大きく変化させた場合(図-3.7),  $k_s/k_n=0.1$ と1.0を比較すると後者の方が、強度が高く膨張傾向も強い。しかし、 $k_s/k_n=1 \sim 100$ (実際にはこのような値を取るとは考えにくい)の場合には逆の傾向をもつ。

また、せん断初期 ( $\varepsilon_{yy} \approx 0.001$ ) の剛性(側圧一定の下、y軸方向の応力増分とひずむ増分の比)とバネの特性との比較をしているのが図-3.8である。バネの大きさには強く依存するが、バネ定数の増加に伴う剛性の増加はある値に収束するようである。一方、二方向のバネ係数の比の影響が無い。バネ定数の比はダイレイタンスーが顕著な中程度のひずみから破壊、破壊後の大変形を受ける際に重要な役割を生じていると考えられる。

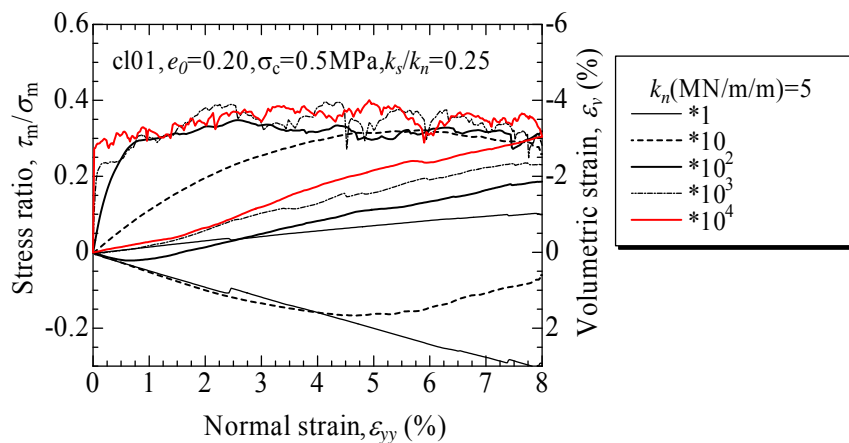


図-3.6 変形・破壊挙動に及ぼすバネ定数の大きさの影響

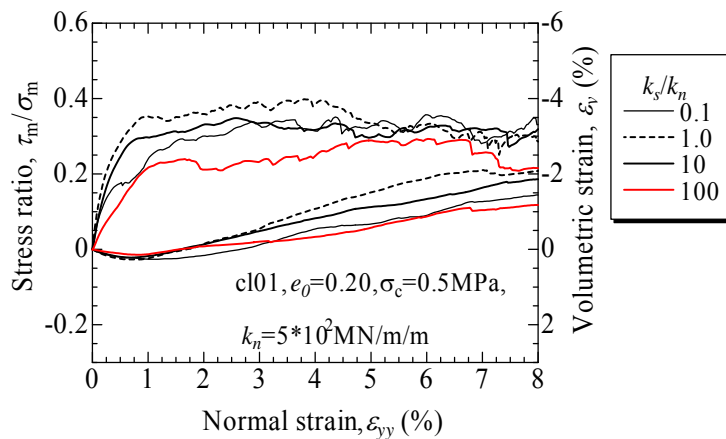


図-3.7 変形・破壊挙動に及ぼすバネ定数比の影響

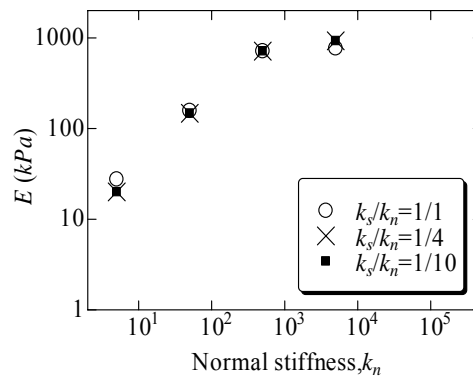


図-3.8 せん断初期 ( $\varepsilon_{yy} \approx 0.001$ ) 剛性に及ぼすバネ定数の大きさとバネ定数比の影響

### 3.5 変形・破壊強度に及ぼす減衰の影響

減衰効果 (damping) は物理的意味からも, 数値計算上の安定性を得るということから必要な効果である。通常, damping 方法は大きく分けて次の二つが用いられている。

#### 1) viscous damping (粘性ダンピング)

図-2.5で説明したように, それぞれの接点に働く粘性力であり, その大きさは, 接点における相対速度に比例する力が発生する。

#### 2) local damping (ローカルダンピング)<sup>9)</sup> (Cundall, 1987)

減衰力  $F^{ld}$  は粒子中心に作用し, その大きさは, 粒子に働く合力  $F$  (接点力の合力や体積力 (重力等)) に比例する。

後者のローカルダンピングについて一次元で説明する。接点力の合計や重力などの体積力を  $F$ , ローカルダンピングによる減衰の力を  $F^{ld}$ , 質量  $M$  の物質の速度を  $v$ , 加速度を  $a$  とすると運動方程式は以下のようになる。

$$F + F^{ld} = Ma \quad (3.5.1)$$

$$F^{ld} = -\alpha |F| \text{sign}(v) = -\alpha F \cdot \{\text{sign}(F) \cdot \text{sign}(v)\} \quad (3.5.2)$$

$$\text{ただし, } \text{sign}(v) = \begin{cases} +1 & \text{if } v > 0 \\ -1 & \text{if } v < 0 \\ 0 & \text{if } v = 0 \end{cases} \quad (3.5.3)$$

ここで,  $\alpha$  は無次元の減衰の定数 ( $0 < \alpha < 1$ ) で, この値が大きいほど減衰の力は大きくなる。さらに, 上式を変形すると,

$$a = \frac{F + F^{ld}}{M} = \frac{F}{M} [1 - \alpha \{\text{sign}(F) \cdot \text{sign}(v)\}] = \frac{F}{M^*} \quad (3.5.4)$$

$$M^* = \frac{M}{1 - \alpha \{\text{sign}(F) \cdot \text{sign}(v)\}} \quad (3.5.5)$$

つまり, このダンピングは実際の質量  $M$  ではなく「見かけの質量  $M^*$ 」(質量を増やしたり減らしたりす

る効果) を考えるのと等価であるといえる。見かけの質量は外力と速度の相互の向きから決まる。

)  $F$ と $v$ が同じ向きするとき ( $\text{sign}(F) \cdot \text{sign}(v) > 0$ ),  $M^* = M^+ = M/(1-\alpha)$  見かけの質量  $M^+ > M$

)  $F$ と $v$ が反対向きするとき ( $\text{sign}(F) \cdot \text{sign}(v) < 0$ ),  $M^* = M^- = M/(1+\alpha)$  見かけの質量  $M^- < M$

例えば, ここで, 図-3.9の様な1質点1自由度モデルの自由振動を考える。図-3.10のようにして変位(復元力は変位に比例し向きは逆), 速度, 加速度と見かけの質量は変化することになる。つまり, 1サイクルにおいて速度最大の状態(c)と状態(g)のとき(加速度ゼロ)に見かけの質量が $M^* = M^+ = M/(1-\alpha)$ から $M^* = M^- = M/(1+\alpha)$ に減少することになる。この見かけの質量の減少が運動エネルギーの減少をもたらすダンピングが生じると解釈できる。このときの運動エネルギーの変化 $\Delta W$ は,

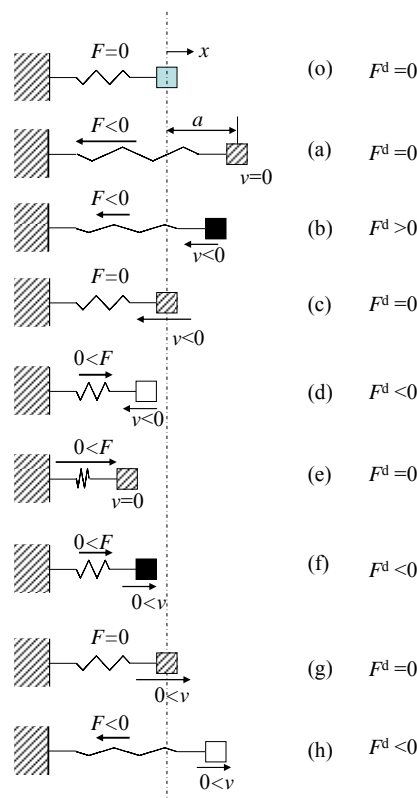
$$\Delta W = 2 \left\{ \frac{1}{2} (M^+ - M^-) v^2 \right\} \tag{3.5.6}$$

この $\Delta W$ が発生するときの平均的運動エネルギー $W$ は,

$$W = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} M^+ v^2 + \frac{1}{2} M^- v^2 \right) = \frac{1}{4} (M^+ + M^-) v^2 \tag{3.5.7}$$

1サイクルで失われるエネルギー割合と減衰定数 $h$ の定義から以下の関係が導くことができる。

$$h = 1/4\pi \cdot \Delta W / W = \alpha / \pi \tag{3.5.8}$$



(■は見かけの質量  $M^* = M^+$  を持つ場合, □は見かけの質量  $M^* = M^-$  を持つ場合)

図-3.9 振動の様子と減衰の力

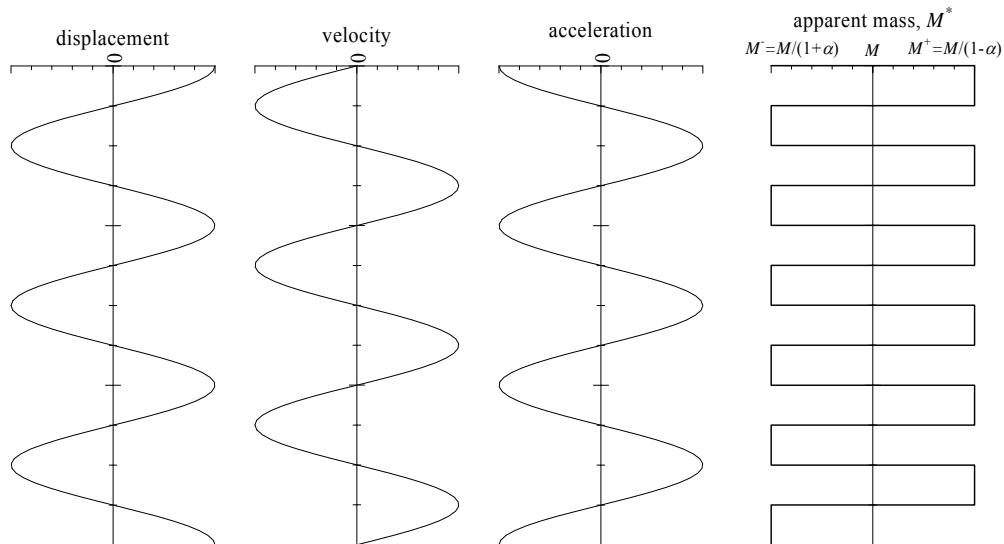


図-3.10 振動の様子

この見かけの質量の変化の意味をもう少し考えてみる。ポイントはいかに最も落ち着いた静的平衡状態である状態(o) (図-3.9) に近づければよいかである。

- (1) 状態(b) (図-3.9):  $M^* = M^+$ である。このとき、質点はバネに引かれ $x=0$ に向い加速しているが、状態(o)にするためには、加速をとめ減速する必要がある。そのためには付加質量によって見かけの質量を大きくする必要がある。
- (2) 状態(d) (図-3.9):  $M^* = M$ である。質点は $x=0$ を超え負の方向に移動している。バネは正の方向に押しもどそうとしているが、正の方向の加速度を増加させて状態(o)にするためには、見かけの質量を減少させればよい。
- (3) 状態(f) (図-3.9):  $M^* = M^+$ である。質点はバネに押され $x=0$ に向い加速しているが、そのまま加速すれば状態(o)を勢い良く通り過ぎてしまう。付加質量によって見かけの質量を大きくし加速をとめ減速する必要がある。
- (4) 状態(h) (図-3.9):  $M^* = M$ である。質点は $x=0$ を超え正の方向に移動している。バネは引きもどそうとするが、見かけの質量を減少させれば負の方向への大きな加速度が発生しやすい。

以上のようにローカルダンピングは、安定で静的に平衡がとれた状態に少しでも速く移行させようとする効果があることがわかる。この減衰の特長としては、減衰は加速度項に作用するものであること、周波数依存しないことが挙げられる。接点数が激しく変化しない問題に適しているとされている。

しかし、一方で自由落下する落体の場合には重力加速度項に減衰効果が働いてしまうために小さな加速度となり、現実とは異なった落下挙動となる。したがって、二軸(三軸)圧縮試験などには適用できるが粒子の運動量が大きい問題である、落体や斜面崩壊の計算に用いることは適しておらず使用を避けるべきである。

さて、もう一度、1)のviscous damping (粘性減衰) について考えてみる。衝突による跳ね返り係数と減衰定数の関係について考察する。図-3.11のような円形の落体の跳ね返り係数と粒子間の減衰定数との関係を求めてみる。粒子の集合体は風化した土が堆積した崖錘や緩衝材などをイメージしたものである。

。

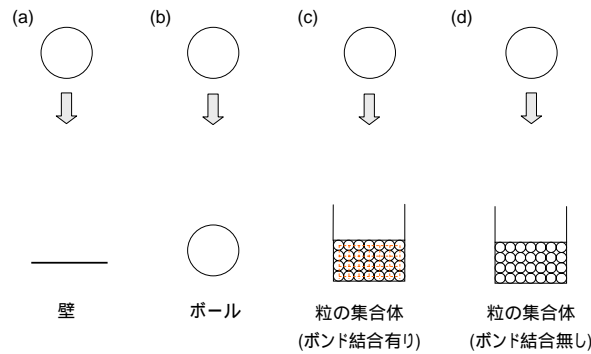


図-3.11 跳ね返り係数の測定実験ケース

跳ね返り係数  $e$  は図-3.12 のようにして求める。ボールとボールの跳ね返り挙動を図-3.13 に示す。減衰定数  $h$  が大きいと跳ね返り度合いが低いことがわかる。また、粒の集合体（ボンド結合有り）に落体を落とす場合（図-3.14）も同様に跳ね返り係数を測定する。

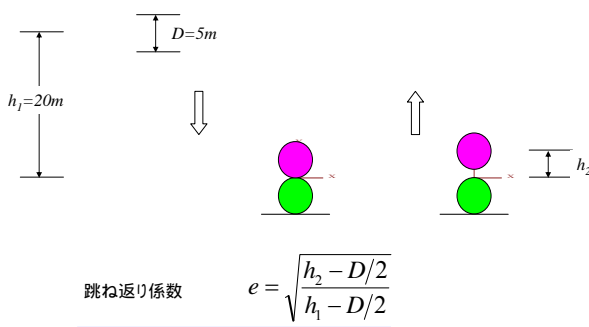


図-3.12 跳ね返り係数の測定方法

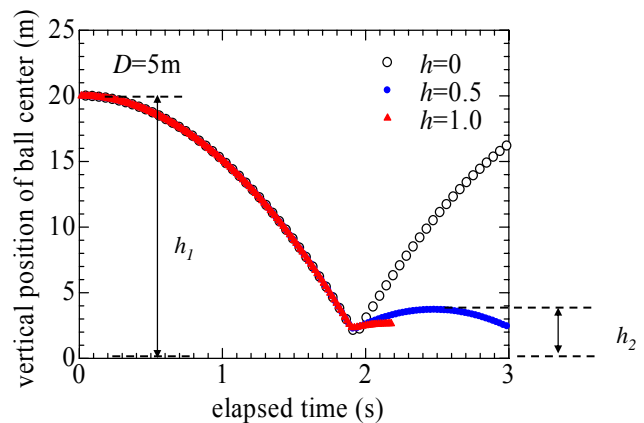


図-3.13 ボール間での跳ね返り挙動

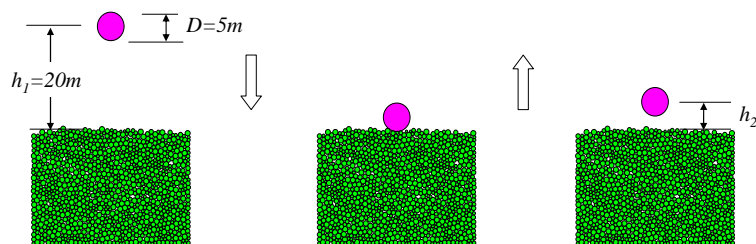


図-3.14 粒の集合体（ボンド結合有り）に落体を落とす場合の跳ね返り

図-3.15 に落体実験結果をまとめている。粒子-粒子の場合、もしくは崖錘塊がボンドで固着されている場合には、粒子要素接点での減衰定数  $h$  が大きいものほど跳ね返り係数が小さい。粒子の集合体（ボンド結合あり）の方が跳ね返り係数が小さいのは粒子単体よりも集合体の方が固まり内部の変形によるエネルギー吸収が理由と考えられる。一方、崖錘の塊つまり粒子の集合させたものでボンドの無い場合については、接点での減衰  $h$  の影響はほとんど受けず、粒子の集合体としてのクッションの役割による効

果が大きいと考える。

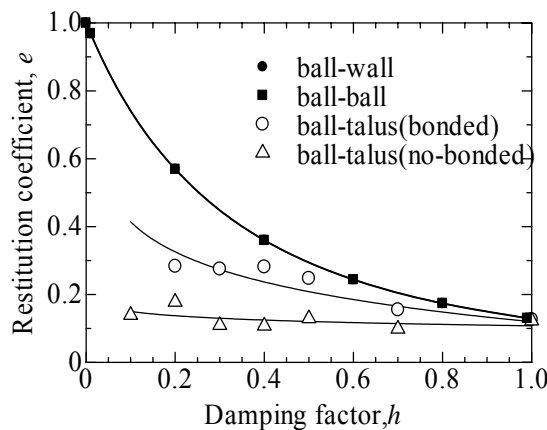


図-3.15 全てのケースについて落体を落とす場合の跳ね返り

つぎに、二軸試験の変形・破壊挙動における減衰定数の影響について示す。図-3.16 は viscous damping , 図-3.17 は local damping の影響について調べた結果である。減衰定数の影響はほとんどみられないが、local damping の低 damping については若干応力～ひずみ関係の振動成分が大きいようである。

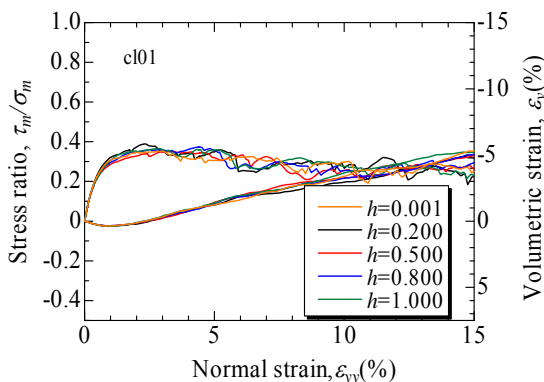


図-3.16 二軸圧縮試験の変形・破壊挙動に及ぼす viscous damping の影響

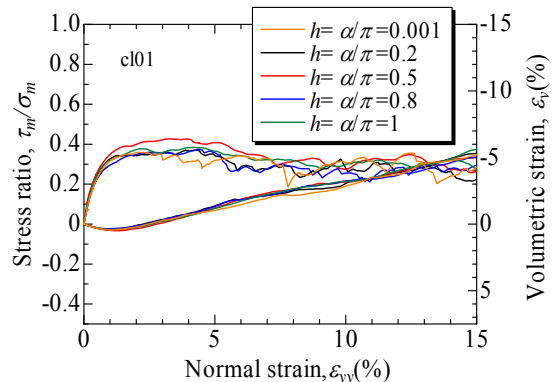


図-3.17 二軸圧縮試験の変形・破壊挙動に及ぼす local damping の影響

### 3.6 変形・破壊強度に及ぼす粒子形状の影響<sup>10)</sup>

図-3.18, 3.19 はそれぞれ円形粒子 (c101) と非円形粒子 (c103) の典型的な応力ひずみ関係の解析結果の一例を示している。それぞれ密なほど、拘束圧が低いほど破壊時の強度は高くダイレイタンスーは膨張傾向が強くなることが確認される。また、円形粒子に比べ非円形粒子の供試体の方が強度は高く、密度や拘束圧依存性が明瞭である。応力ひずみ関係は破壊から限界状態まで揺らぎが観察され内部の粒子構造の段階的な変化が想像されるが、ダイレイタンスーに揺らぎはほとんど観察されない。

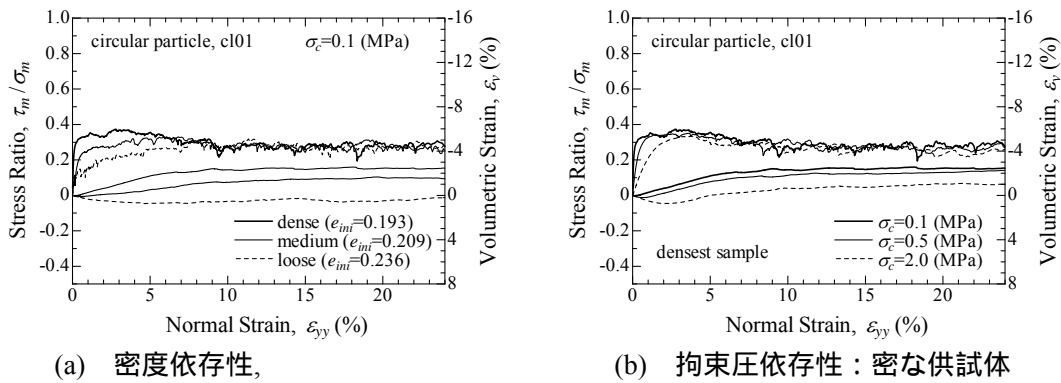


図-3.18 応力ひずみ関係の解析結果：円形粒子 c101

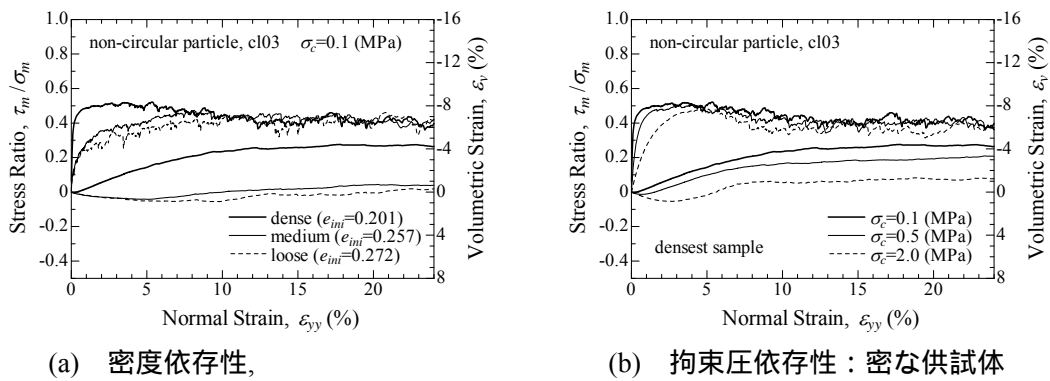


図-3.19 応力ひずみ関係の解析結果：非円形粒子 c103

図-3.20 は間隙比  $e$  と平均垂直応力  $\sigma_m$  の関係にまとめている。ダイレイタンシー比の関係を示している。限界状態が明確に表れている。限界状態線は円形よりも非円形粒子の供試体の方が切片も大きく傾きも大きくなっており粒子形状の影響を受けている。

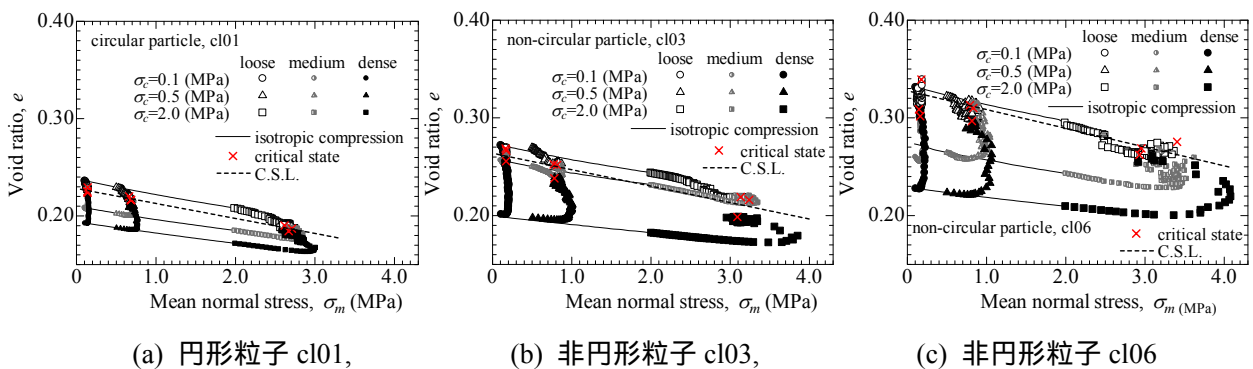


図-3.20 間隙比  $e$  と平均垂直応力  $\sigma_m$  の関係

図-3.21(a,b)はそれぞれ剛性（ここでは破壊時の応力比を破壊ひずみで除した割線剛性  $E'_{100}$ ）と供試体作成時の初期間隙比  $e_0$  および初期相対密度  $D_{r0}$  との関係を示している ( $\sigma_c = 0.1\text{MPa}$ )。相対密度は図-5の  $e_{max}$  と  $e_{min}$  を用いて算出している。図-3.21(a)のように同じ間隙比で見た場合、円形粒子と非円形粒子の試料では剛性の大小関係が一意的ではないことがわかる。また、c101 と c106 では同じ間隙比で比較することがかなり難しい。一方、図-3.21(b)に示すように相対密度で整理すると円形粒子の方が剛性が高く

なり、この傾向は実験でも得られている。両図の違いは同じエネルギーであれば円形粒子の方が小さな間隙比となるがその試料にとっては十分に締め固まった状態とは言えないことになる。図-3.22(a,b)は破壊時の内部摩擦角 $\phi_f$ を同様に整理したものである。剛性と異なり間隙比でも相対密度での両方でも粒子形状による大小関係が明確で、同じ $e_0$ 、 $D_{r0}$ であれば凹凸がある非円形粒子の方が高い値を示す。

したがって、粒子の凹凸による形状は、粒子接点における変形の自由度を高める不安定化の効果と噛み合わせが生じロックする安定化の効果の二面性を有することがわかる。不安定な接触状態から噛み合わせした安定な状態に移行するにはある程度の粒子変位が必要であると考えられる。

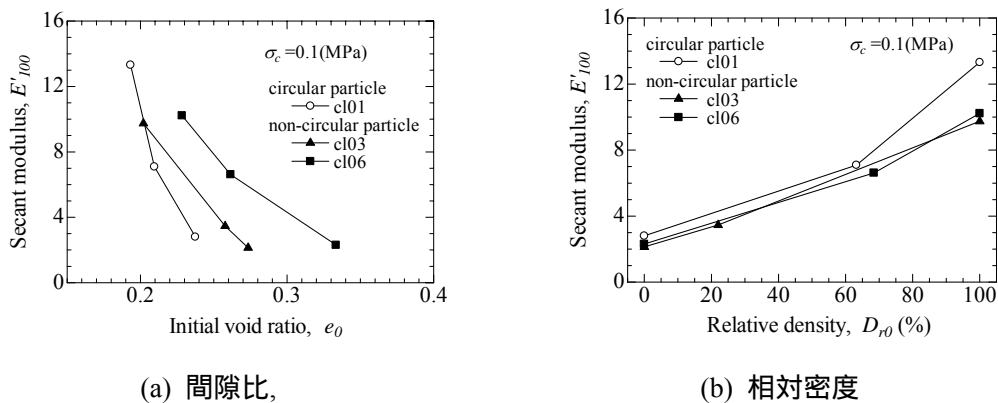


図-3.21 剛性と詰まり方

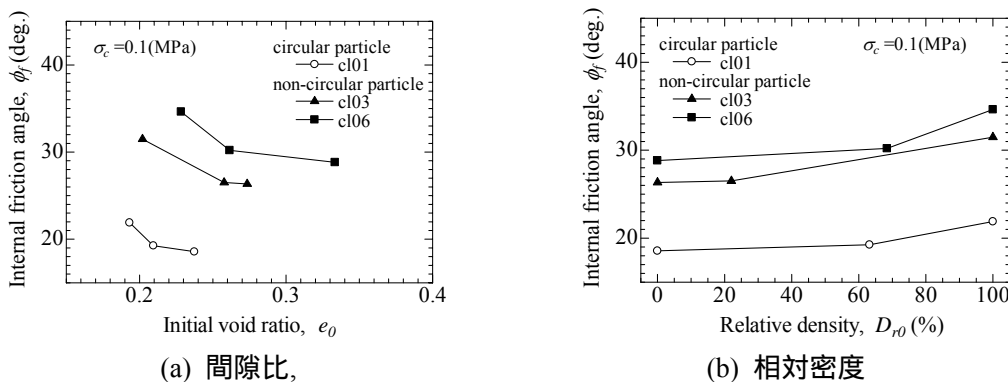


図-3.22 破壊強度と詰まり方

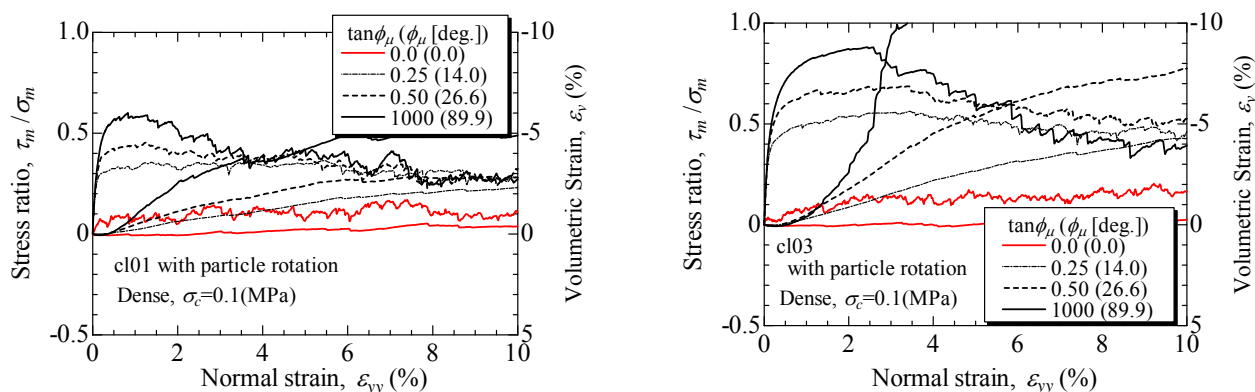
### 3.7 変形・破壊強度に及ぼす粒子間摩擦角および回転拘束の影響<sup>10)</sup>

図-3.23(a, b)はそれぞれ粒子回転を特に拘束しない粒状材料の挙動を円形、非円形粒子の場合についてそれぞれ示している。粒子形状によってせん断初期の間隙比は同じに設定されている。いずれも粒子間摩擦係数 $\tan\phi_\mu$ が大きいほど、破壊時の膨張度合いは高く強度も高い。一方、残留強度には( $\tan\phi_\mu=0$ 以外)  $\tan\phi_\mu$ の影響は見られない。また、円形よりも非円形の方が高い強度を示している。ただし、 $\tan\phi_\mu=0$ であっても低いながらも強度を有するとともに、 $\tan\phi_\mu=1000$ の場合では必ずしも強度は極端に大きいわけではない。破壊後はいずれも応力ひずみが振動しており準動的状態になっていることがうかがえる。

粒子間の変形メカニズムは粒子間の滑り以外にも粒子の回転が大きな影響を与えていることは間違いなく、粒子形状の凹凸は粒子回転抵抗を誘導している。そこで粒子回転抵抗の極端な例として粒子回転を止めてしまうという数値実験を試みた。図-3.24は円形粒子の場合について粒子回転を拘束した場



合である。粒子間摩擦が大きくなると破壊時の強度も著しく高くなっている。また、応力ひずみ関係も破壊後の振動が著しく小さくなっている。



(a) 円形粒子 c101,

(b) 非円形粒子 c103

図-3.23 応力ひずみ関係の解析結果：回転拘束無し

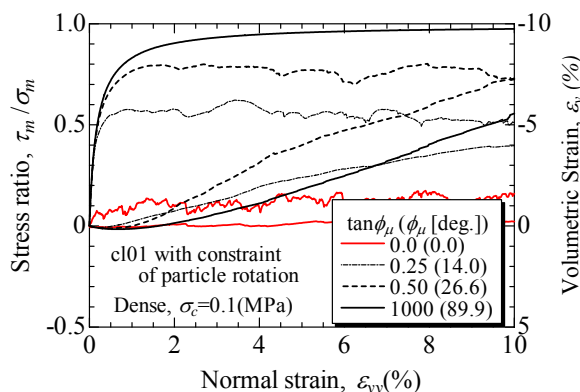
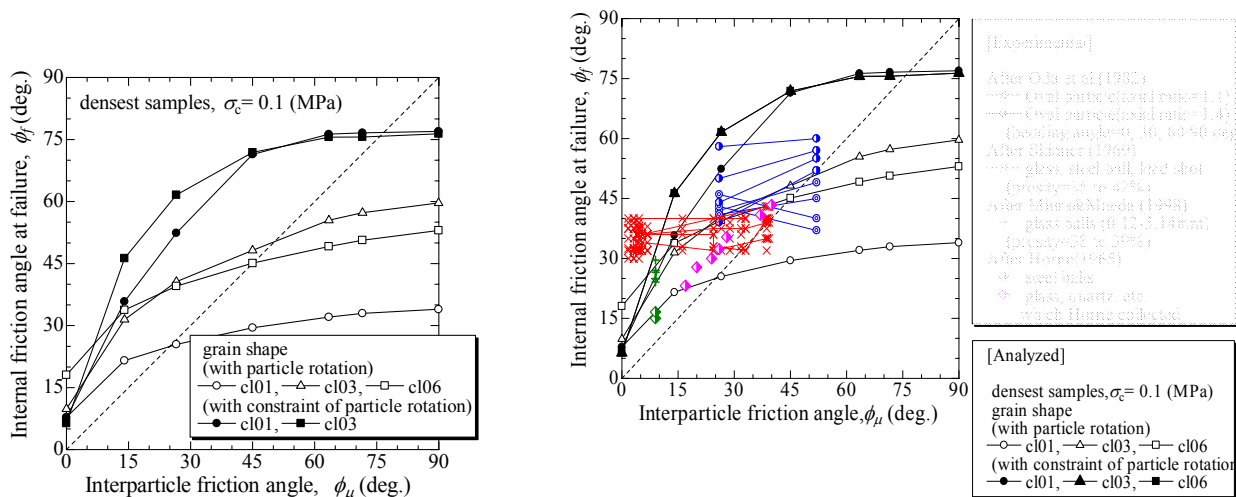


図-3.24 応力ひずみ関係の解析結果：回転拘束有り

つぎに、破壊時の内部摩擦 $\phi_f$ と粒子間摩擦角 $\phi_\mu$ の関係を整理した結果を図-3.25に示す。回転を拘束しない円形粒子の場合、 $\phi_\mu < 30^\circ$ では $\phi_f > \phi_\mu$ と常識的な結果になる。しかし、 $\phi_\mu > 15 - 20^\circ$ では $\phi_\mu$ による $\phi_f$ の増加率は極端に低下し、 $\phi_f > 30^\circ$ では $\phi_f < \phi_\mu$ の関係となり $\phi_f$ は $35^\circ$ 程度に収敛してしまう。また、 $\phi_\mu$ による $\phi_f$ の増加率の低下程度は、回転抵抗が発揮され得る非円形粒子の方が弱まり、粒子自体の回転が拘束され場合にはほとんどの $\phi_\mu$ で $\phi_f > \phi_\mu$ となる。以上のことから、粒状材料の破壊には粒子間すべりの影響もあるが粒子回転の効果が大きく、回転の拘束が強度を大きく増加させることが分かった。これは従来の内部摩擦角の考え方が回転を全く考慮していないためであり、実際の回転する粒子の挙動を正確に追うことはできないためである。以上のことを説明するには、図-3.26のような粒子 column 構造の座屈現象を検討することが妥当とおもわれる。既報では、粒子 column の座屈荷重と変形を連続体近似して解き、粒子形状による粒子回転抵抗の重要性について定量的にしめしている。



(左：解析結果のみ；右：実験結果を付加)

図-3.25 破壊時の内部摩擦角と粒子間摩擦角の関係

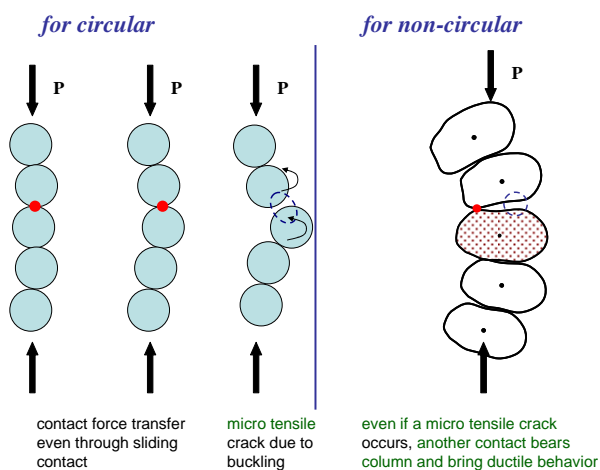


図-3.26 粒子構造の座屈と回転抵抗に関する概念

#### 4. 応力とひずみを用いた解析結果の考察

##### 4.1 DEM 解析結果を応力，ひずみから検討するために

DEM から計算されるのは，粒子レベルの情報で粒子に作用する接触力，体積力および粒子の変位に関するものである。しかし，工学的な問題を考える際には応力，ひずみといったそれぞれ接触力を平均化した量や変位の分布勾配を持ち出し考えることが必要である。そこで，DEM の結果から応力，ひずみを算定する方法の例について説明し，それを用いた考察結果について紹介することとする。

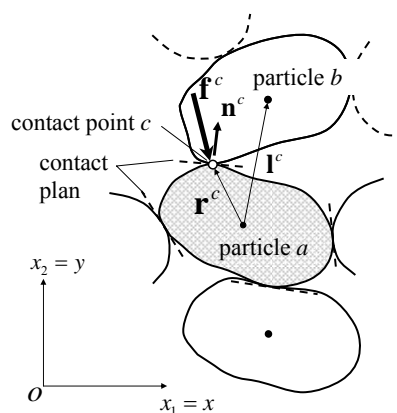
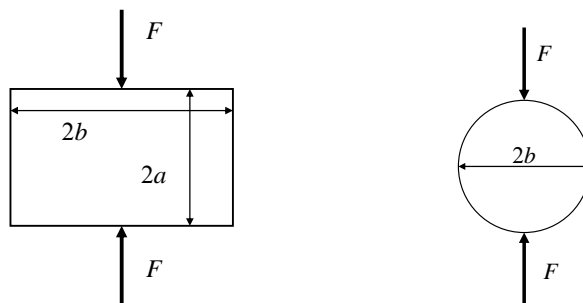


図-4.1 粒子に働く接点力

例えば図-4.1のように粒子aの領域に作用する体積平均応力 $\sigma_{ij}$ は次式のように定義される。

$$\sigma_{ij} = -\frac{1}{V} \sum_c r_i^c f_j^c \dots\dots\dots (4.1.1)$$

ここで， $V$ は対象領域である粒子aの体積， $f_i^c$ は接触力ベクトル， $r_i^c$ は粒子aの中心から接点を結ぶベクトルである。体積平均の考え方では，内部の分布がどんなに不均質であっても，着目する領域表面に作用する力の情報のみで内部応力の体積平均が算出されるところが興味深い<sup>12)</sup>。そこで，簡単化した例として，図-4.2の二つについて応力を計算してみる。



(a) 粒子が幅 2b，高さ 2a の長方形の場合                      (b) 粒子が直径 2b の円の場合

図-4.2 体積平均による簡単な応力の計算例

いずれの場合も $\sigma_{yy}$ の成分しか存在しない。そこで $\sigma_{yy}$ を求めてみると、

$$(a) \quad \sigma_{yy} = -\frac{1}{2a \cdot 2b} \{a \cdot (-F) + (-a) \cdot F\} = -\frac{1}{2a \cdot 2b} (-2a \cdot F) = \frac{F}{2b}$$

$$(b) \quad \sigma_{yy} = -\frac{1}{\pi b^2} \{b \cdot (-F) + (-b) \cdot F\} = -\frac{1}{\pi b^2} (-2b \cdot F) = \frac{2F}{\pi b} \approx \frac{F}{1.6b}$$

となり、(a)は力 $F$ を幅 $2b$ で割った値そのものである。

以上の考えを解析した境界値問題内の着目する集合体 $\Omega$ に拡張することで平均応力を定義できる。適当な代表体積要素(例えば図中の四角形要素領域)を設定し、離散量である粒子接点力と粒子変位を空間平均化することで連続体量である応力・ひずみを算定する。粒子に作用する接点力を粒子が占める領域で平均化することで等価な応力 $\sigma_{ij}^p (i, j=x, y)$ が定義できる。

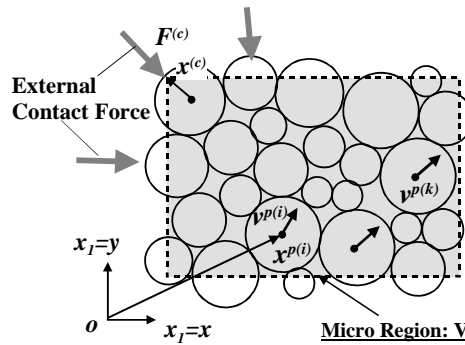


図-4.3 多角形要素 $\Omega$ 内の粒子接点力・粒子速度場から平均化した応力やひずみ速度を算出

$$\sigma_{ij}^p = -\left(1/V^p\right) \sum_c^{N_c} x_i^c F_j^c \quad (4.1.2)$$

ここで、 $N_c$ : 接点数,  $V^p$ : 粒子面積, 接点 $x^c$ : 力の作用点,  $F^c$ : 接点力である。つぎに、図に示すような任意の多角形要素領域 $V$ に働く応力と発生するひずみについて定義する。領域 $V$ が受ける等価な応力 $\sigma_{ij}^{(r)}$ は、隣接する領域から受ける接点力を注目する領域で平均化して算定できる。本論文では近似的に、式(4.1.2)で得られた粒子の等価応力を用いて領域 $V$ を構成する全粒子で平均化し求める。応力 $\sigma_{ij}^{(r)}$ は次式で表される。

$$\sigma_{ij}^{(r)} = \frac{1}{V^{(r)}} \sum_p^{N_p} \sigma_{ij}^p \cdot V^p \quad (4.1.3)$$

ここで、 $V^{(r)}$ は領域 $V$ の占める面積である。

また、領域の平均ひずみ増分 $\varepsilon_{ij}^{(r)}$ は、構造領域内で一様に变形し変位分布が線形変換に従うものと仮定すると次式で定義できる。

$$\tilde{v}_i^p = \varepsilon_{ij}^{(r)} \tilde{x}_j^p \quad (4.1.4)$$

$$\tilde{x}_i^p = x_i^p - \bar{x}_i, \quad \tilde{v}_i^p = v_i^p - \bar{v}_i, \quad i, j=x, y \quad (4.1.5)$$

$$\chi = \sum_m (\tilde{v}_i^p - v_i^p)^2 \quad (4.1.6)$$

ここで、 $x_i^p$ ,  $v_i^p$  はそれぞれ領域  $V$  に含まれる粒子  $p$  の位置ベクトルと速度ベクトルである。また、 $\bar{x}_i$ ,  $\bar{v}_i$  は平均位置ベクトル、平均速度ベクトルである。平均ひずみ増分  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(r)}$  は、 $v_i^p$  と式(4.1.4)の  $\tilde{v}_i^p$  との残差  $\chi$  (式(4.1.6)) が最小となるように算定する (二次元の場合には  $2 \times 2$  の行列の方程式となる) 。つまり、

$$\frac{\partial \chi}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}^{(r)}} = 0 \tag{4.1.7}$$

となるので、

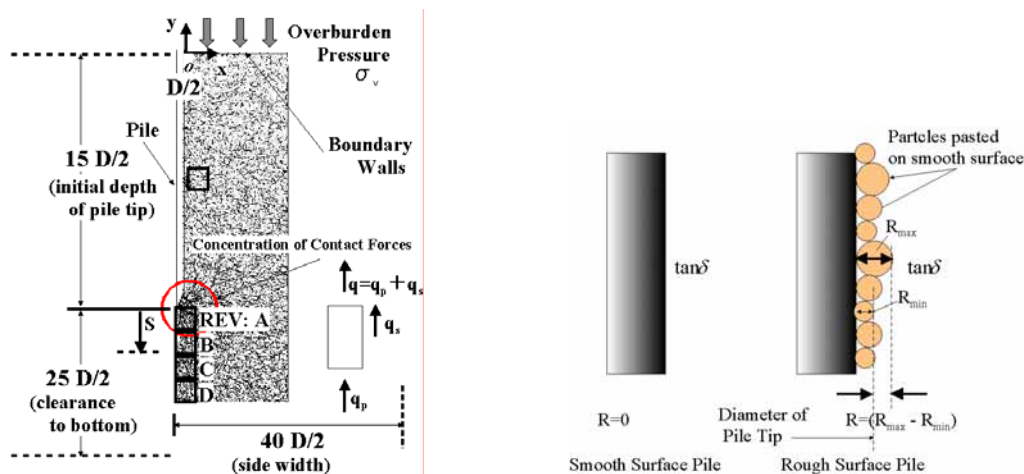
$$\begin{bmatrix} \sum_m \tilde{x}_1^p \cdot \tilde{x}_1^p & \sum_m \tilde{x}_2^p \cdot \tilde{x}_1^p \\ \sum_m \tilde{x}_1^p \cdot \tilde{x}_2^p & \sum_m \tilde{x}_2^p \cdot \tilde{x}_2^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{i1}^{(r)} \\ \dot{\varepsilon}_{i2}^{(r)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_p \tilde{v}_i^p \hat{x}_1^p \\ \sum_p \tilde{v}_i^p \hat{x}_2^p \end{Bmatrix} \tag{4.1.8}$$

である。上式から、ひずみ速度成分  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(r)}$  が求まる。

#### 4.2 支持力問題への適用例

##### [ 表面粗度の影響 ]

非線形地盤の杭基礎の支持力発現メカニズムは十分に解明されたとは必ずしもいえない。支持力問題では地盤内の大変形や変形の局所化が重要な役割を果たしていると考えられる。そこで、離散的解析手法である二次元個別要素法 (DEM) を用いて、杭の支持力に及ぼす地盤密度、土被り圧の影響、杭表面粗さによる影響について調べた。



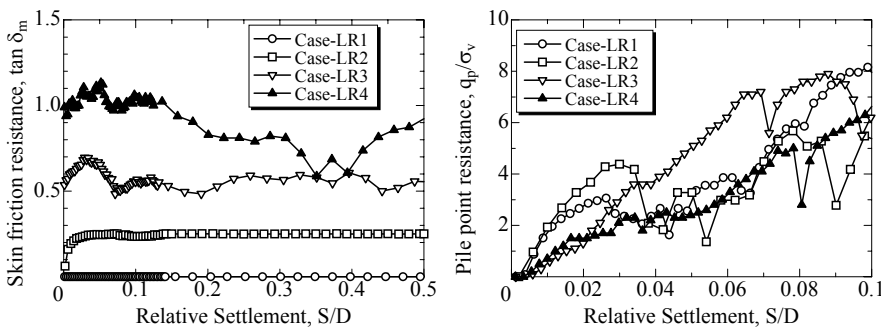
表面の粗な杭の表現

ここでは、通常用いられる円形粒子だけでなく非円形粒子を用いることで圧縮性や延性的挙動

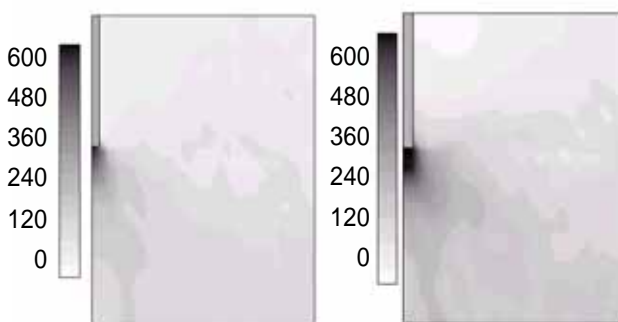
の再現に成功している。また、支持力発現時の杭周辺地盤の変形・破壊挙動を可視化するとともに、地盤と杭との相互作用について調べた。

支持力試験の解析ケースと用いたパラメータ

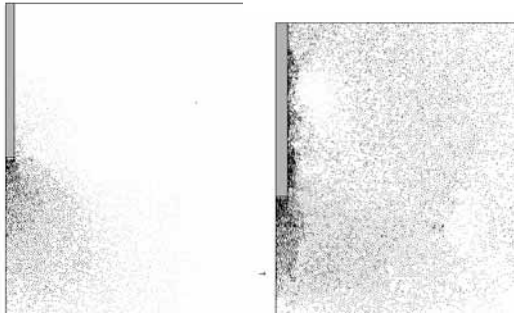
Analysis Case	Grain Shape	Initial Dense ( $e_0$ )	Dia. of Pile (mm)	Fric. Coeff. of Surface: $\tan \delta_m$ ( $\tan \delta_m = 0.25$ )	Relative Surface Roughness: $R/(D_{50}/2)$	Overburden pressure $\sigma_v$ (kPa)
Case-S1	circle	0.16	55	0.25	0	100
Case-S2	circle	0.16	55	0.25	0	500
Case-S3	circle	0.16	55	0.25	0	2000
Case-D1	non-circle	Loose, 0.27	55	0.25	0	100
Case-D2	non-circle	Dense, 0.20	55	0.25	0	100
Case-LR1	non-circle	Loose, 0.27	55	0	0 (absolutely smooth)	100
Case-LR2	non-circle	Loose, 0.27	55	0.25	0	100
Case-LR3	non-circle	Loose, 0.27	58	0.25	1.0	100
Case-LR4	non-circle	Loose, 0.27	60	0.25	2.0 (fairly rough)	100
Case-DR1	non-circle	Dense, 0.20	55	0	0 (absolutely smooth)	100
Case-DR2	non-circle	Dense, 0.20	55	0.25	0	100
Case-DR3	non-circle	Dense, 0.20	58	0.25	1.0	100
Case-DR4	non-circle	Dense, 0.20	60	0.25	2.0 (fairly rough)	100



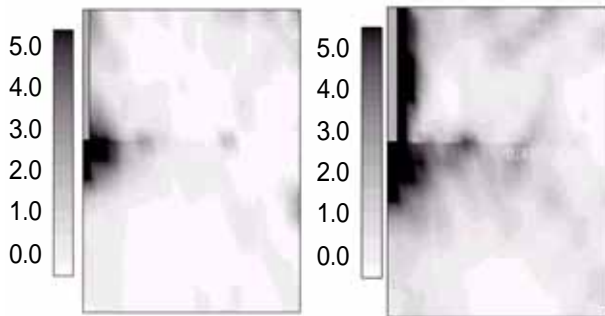
(a) 周面摩擦応力 (b) 先端支持力度  
周面摩擦の異なる杭の支持力発揮度 (Loose)



(a) Case-LR1 ( smooth ), (b) Case-LR4 ( rough )  
周辺地盤内の平均主応力  $\sigma_m$  (kPa) の分布 (  $S/D=0.5$  );

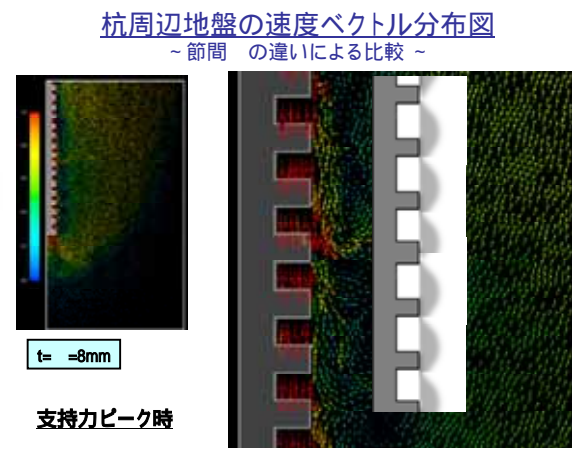
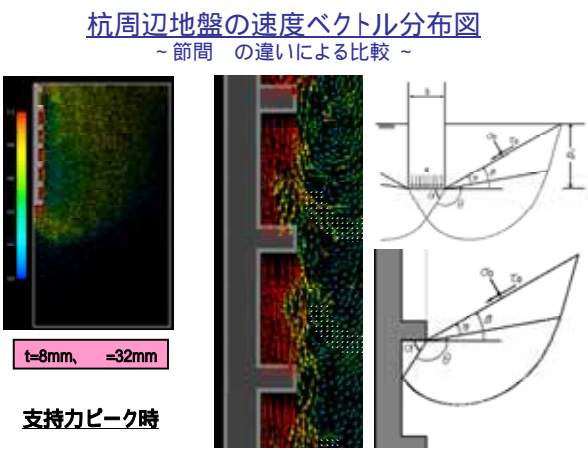
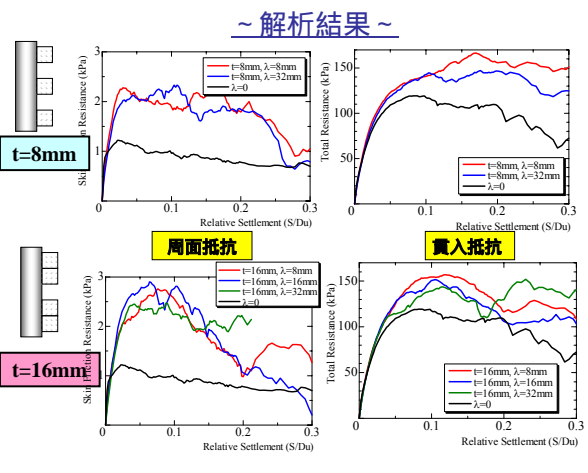
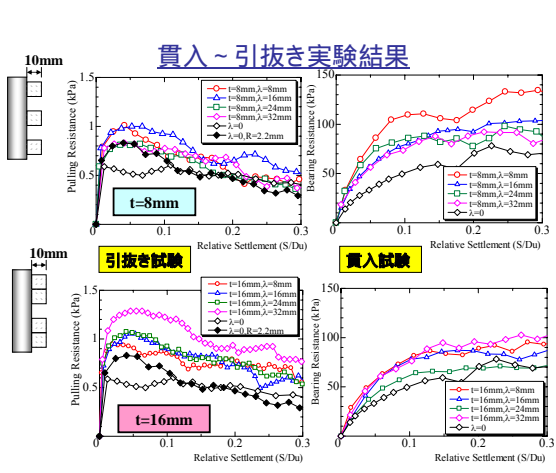
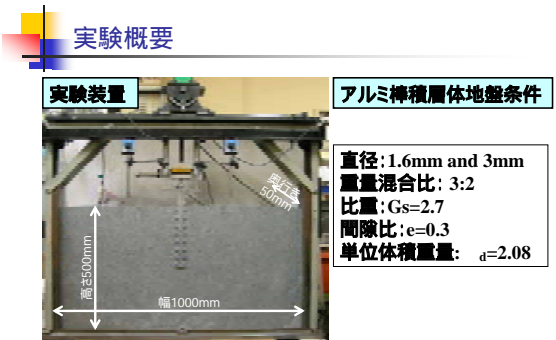
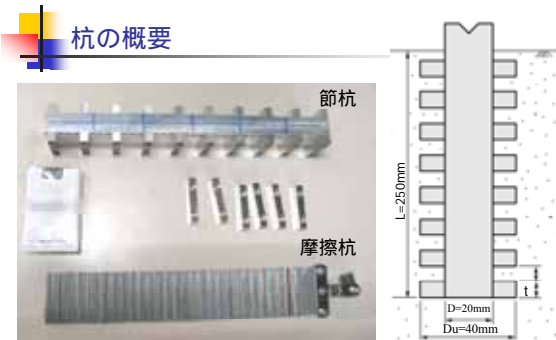


(a) Case-LR1 ( smooth ) , (b) Case-LR4 ( rough )  
周辺地盤内の速度ベクトル分布 ( S/D=0.5 ) ;



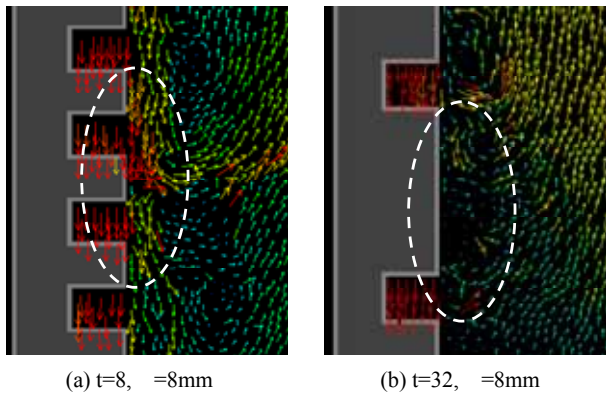
(a) Case-LR1 ( smooth ) , (b) Case-LR4 ( rough )  
周辺地盤内の最大せん断ひずみ $\gamma_m(\%)$ の分布 ( S/D=0.5 )

[ 節杭の支持力 ]

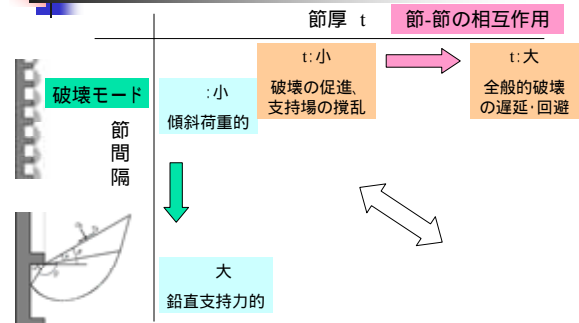




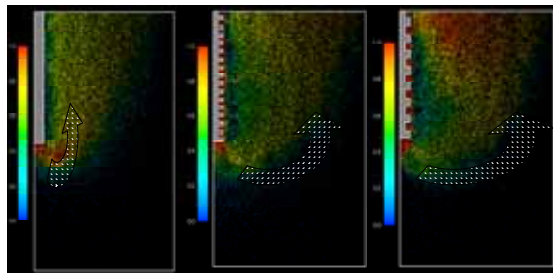
節厚 $t$ の効果  
~速度ベクトル分布図~ 支持力ピーク時



節形状と周面抵抗

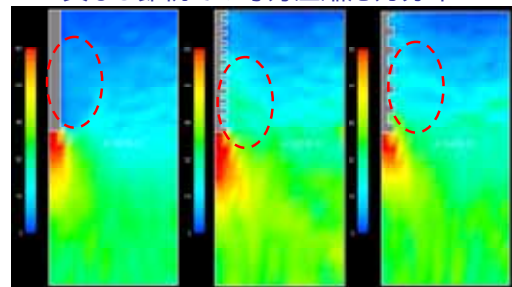


異なる節杭での速度ベクトル分布



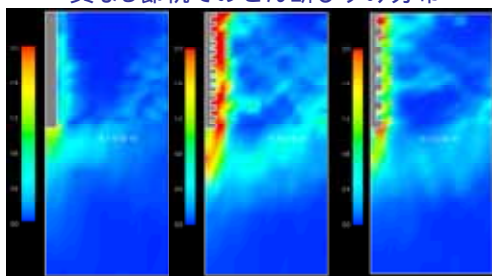
支持力ピーク時

異なる節杭での等方圧縮応力分布



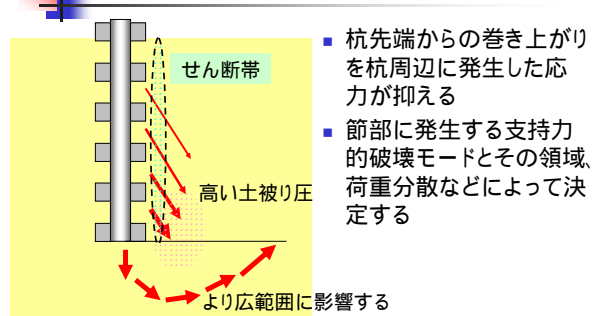
支持力ピーク時

異なる節杭でのせん断ひずみ分布



支持力ピーク時

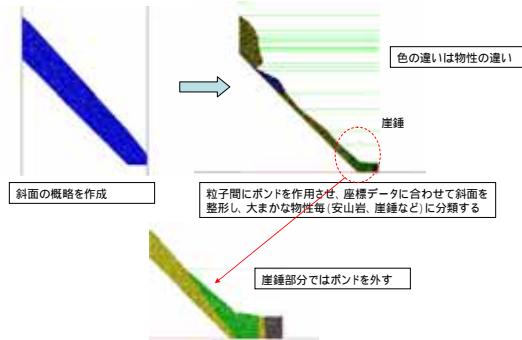
周面抵抗が及ぼす先端への影響



4.3 粒状体の流れ問題への適用例

[ 落石 ]

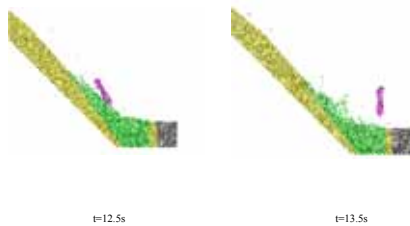
解析手順(1)



解析手順(2)



解析結果  $h=0.5$

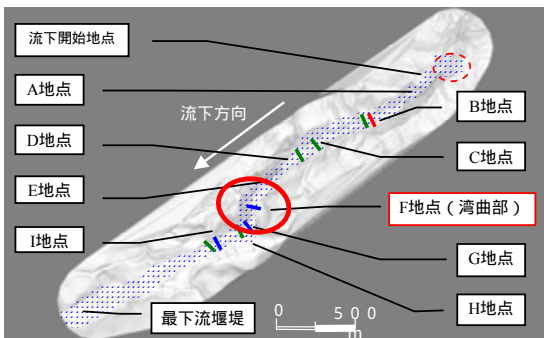


(崖錘の表現は粒状体, 岩の破碎の表現は岩塊)

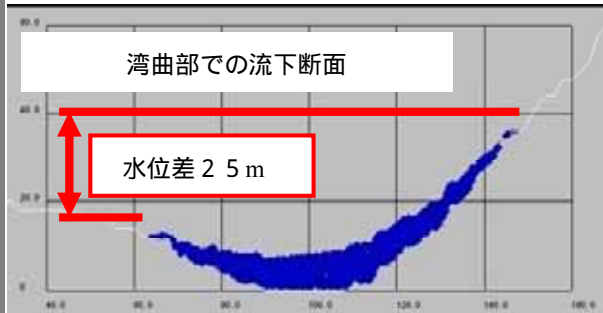
[ 石礫型土石流 ]



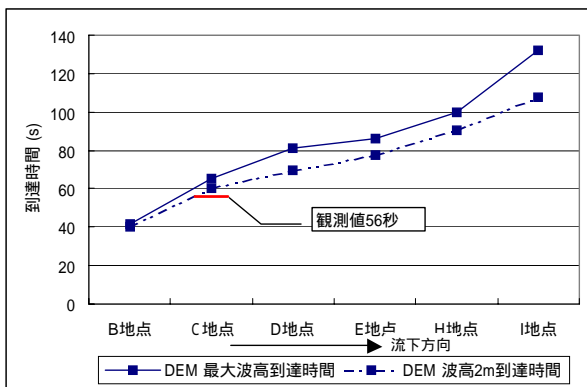
(被害の様子)(次頁につづく)



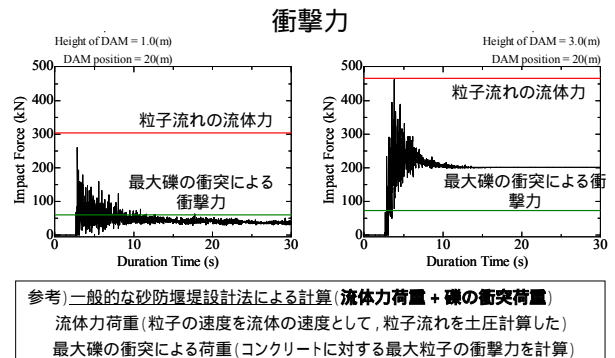
(石礫到達範囲の再現)



(偏流の再現)



(到達時間の再現)

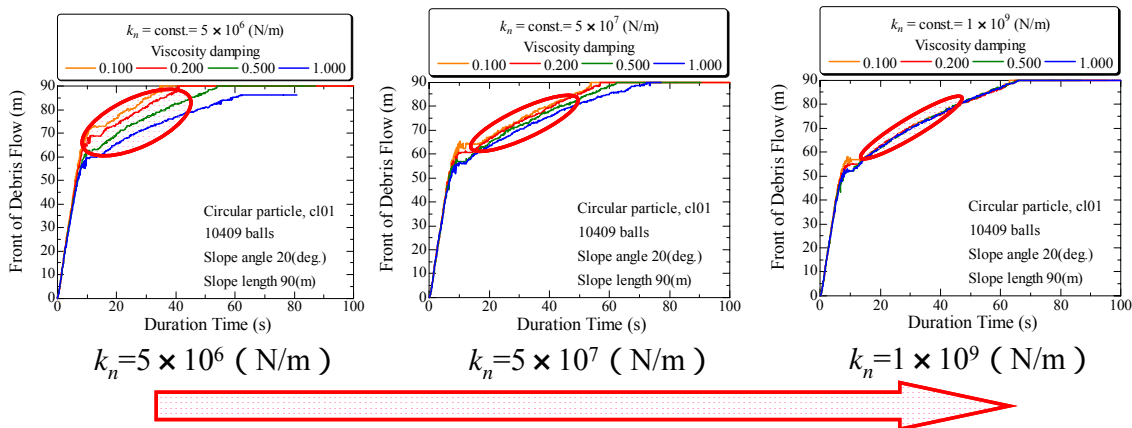


参考)一般的な砂防堰堤設計法による計算(流体力荷重 + 礫の衝突荷重)  
 流体力荷重(粒子の速度を流体の速度として、粒子流れを土圧計算した)  
 最大礫の衝突による荷重(コンクリートに対する最大粒子の衝撃力を計算)

粒子流れの流体力(土圧力)はおおよそ解析結果における最大作用力を示した  
 最大粒子の衝撃力は解析結果よりも小さな値を示した

(衝撃力の再現)

**バネ定数・減衰定数の影響**



バネ定数がある閾値 ( $k_n=5 \times 10^7$ 程度) 以下では減衰定数 $h$ の影響が出る。

2次元流れの中の応力、ひずみ速度分布の計算例は図-1.2を参照

## 参考文献

- 1) Cundall, P. A. (1971): A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock system, *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics* (Nancy, France), Vol.1, No. -8.
- 2) Cundall, P.A. and Strack, O.D.L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, **29** (1), 47-65.
- 3) 三浦均也 (1988) : 粒状体の個別要素解析における解析条件について, 第 26 回土質工学研究発表会, 513-516.
- 4) Timoshenko, S. P. and J. N. Goodier (1990): *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill.
- 5) 例えば, 前田健一, 金子賢治, 榊原辰雄, 木全卓(2007): 講座「粒子特性の評価と工学的意義」: 粒子の集合体としての評価と力学挙動,, *土と基礎*, 地盤工学会, Vol.55, No.7, pp.31-39.
- 6) 例えば, 松島亘志, 前田健一, 石川達也(2007): 講座「粒子特性の評価と工学的意義」: 粒子形状の評価と土の力学挙動,, *土と基礎*, 地盤工学会, Vol.55, No.6, pp.37-44.
- 7) D. M. Wood and K. Maeda (2007): Changing grading of soil: effect on critical states, *Acta Geotechnica*.
- 8) 伯野元彦(1997) : *破壊のシミュレーション*, 森北出版.
- 9) Cundall, P.A.(1987): *Distinct Element Methods of Rock and Soil structure, in Analytical and Computational methods in Engineering Rock Mechanics*, pp.129-163, E. T.Brown, Ed. London: Allen & Uwin.
- 10) 例えば, K. MAEDA and H. Hirabayashi (2006): Influence of grain properties on macro mechanical behaviors of granular media by DEM, *Journal of Applied Mechanics*, JSCE, Vol.9, pp.623-630, 2006.
- 11) K. Maeda and T. Matsumoto (2007): Critical state of fabric in granular material and micromechanical modeling with buckling of microstructure, *COMPLAS 9*.
- 12) S. Nemat-Nasser and M. Hori (1993): *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*, Elsevier.