



地盤工学会中部支部  
地盤力学・工学講習会(理論編 )

## 動的挙動 1

10月27日(金)

名古屋工業大学 前田健一・研究室一同  
(<http://www.cm.nitech.ac.jp/maeda-lab/>)

# 講義内容

1. **振動論の復習** (固有周期, 減衰定数などについて, 複素数も怖くない)
2. **波動伝播の基礎** (波を差分法で理解してみる)
3. **地盤材料の動的性質の整理**
4. **地盤はどのように揺れ, 被害をもたらすのか** (事例と解析結果, 解析パラメータの設定)
5. **現地調査結果にみる地盤の動的特性** (液状化対策前後の地盤の特性の変化なども含む)



## 基本方針

- ✓ 簡単なモデル(弾性体)で理解する。
- ✓ 物理的な意味を考えてみる。
- ✓ 計算方法の理解と現象の見方。

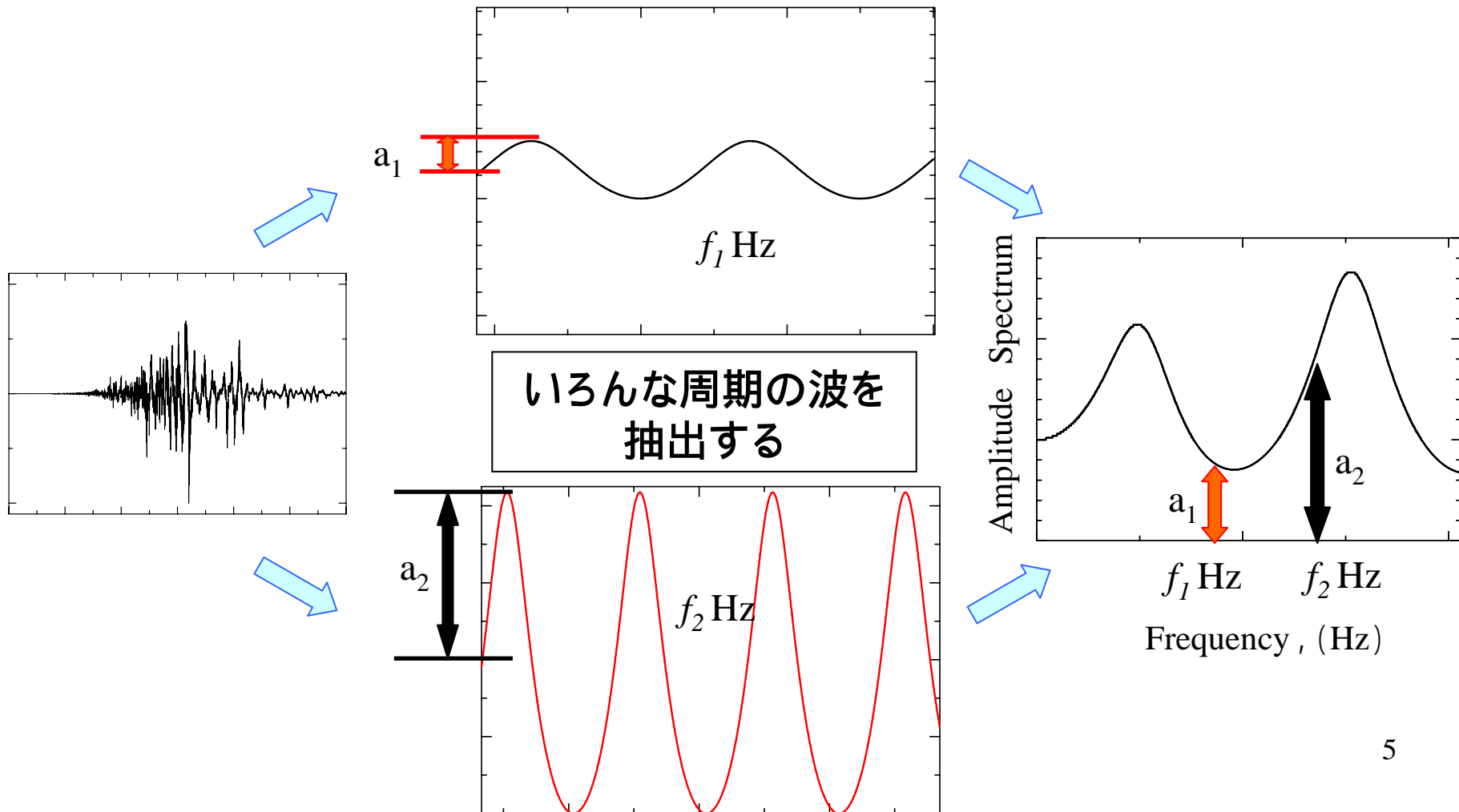


# 1. 振動論の復習

(固有周期, 減衰定数,  
複素数も怖くない)

# 波の成分：フーリエ級数/スペクトル

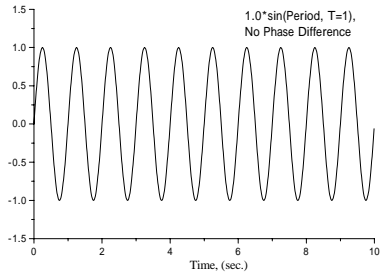
$$x_m = A_0/2 + \sum_{l=1}^{N/2-1} \left[ A_l \cos \frac{2\pi l m}{N} + B_l \sin \frac{2\pi l m}{N} \right] + A_{N/2}/2 \cos \frac{2\pi(N/2)m}{N}$$



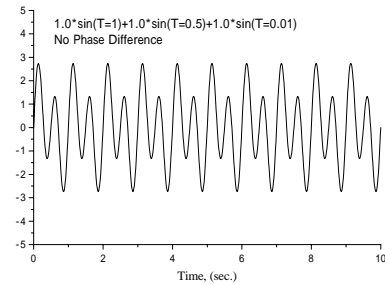
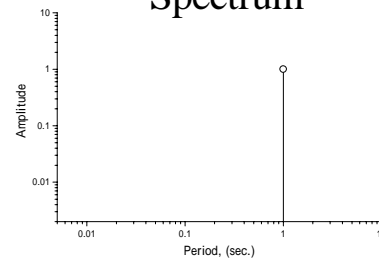


# スペクトルの例

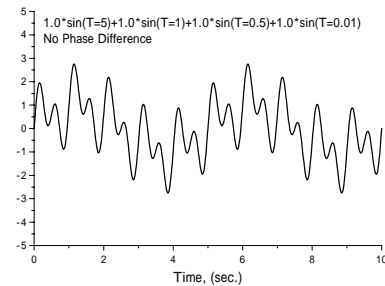
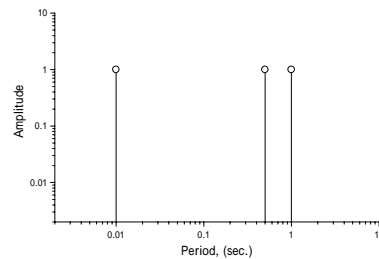
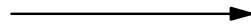
## サイン波の重ね合わせ



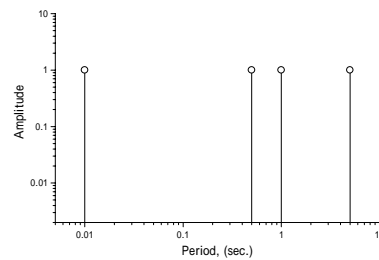
## Spectrum



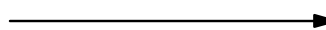
## Fourier Transform



## Fourier Transform

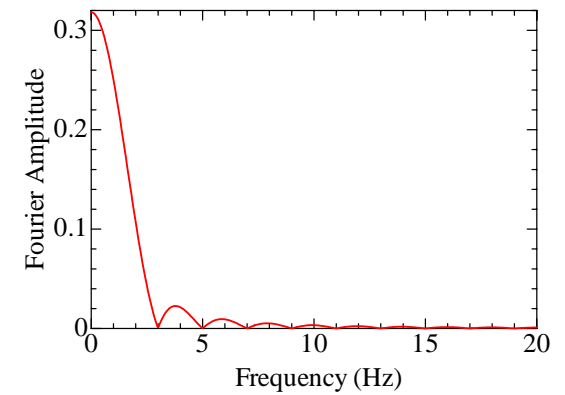
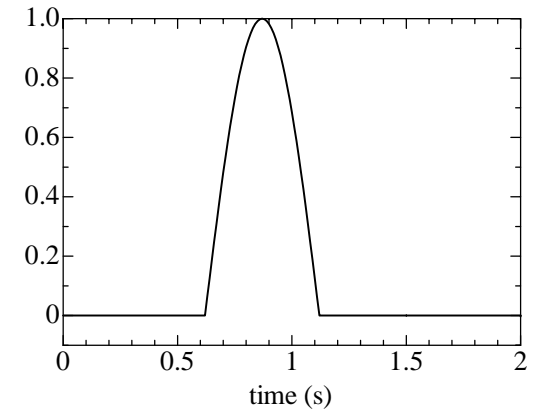


時間領域



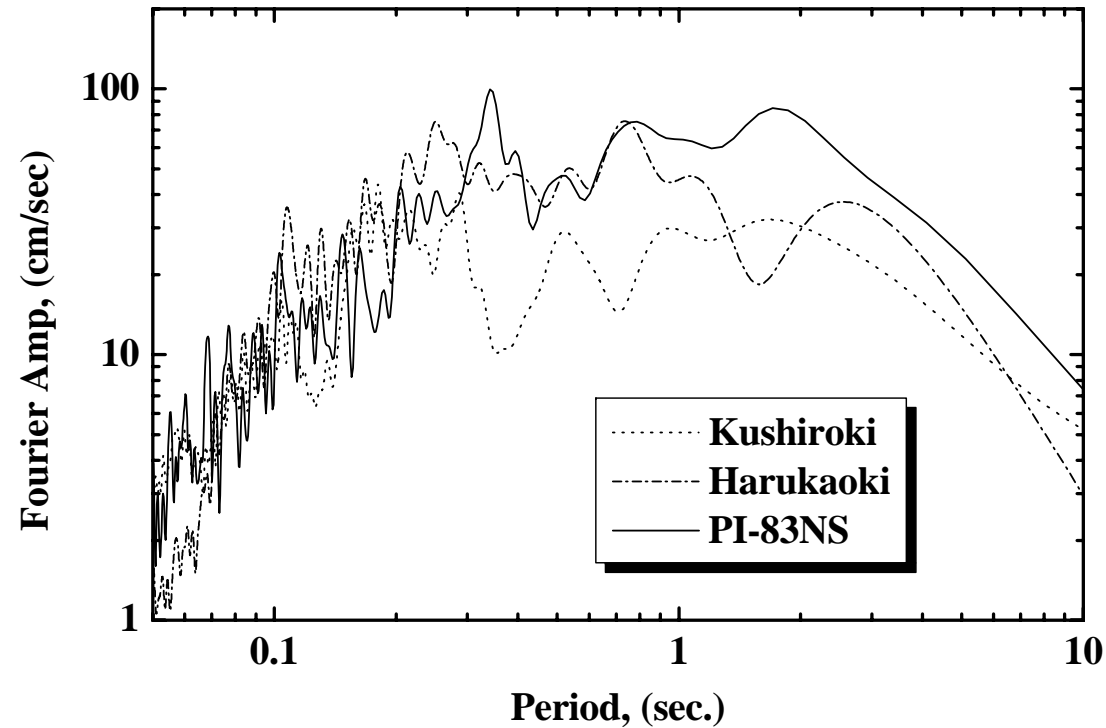
周波数(周期)領域

## パルスの波は？





# 地震動のスペクトル例



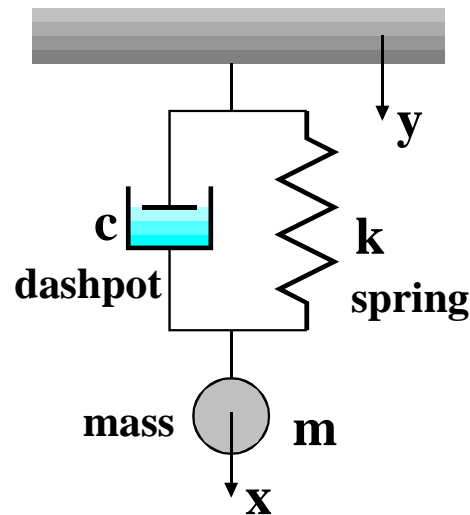
**分解能:**  $f=1/(2\Delta t)$

Fourier amplitude =  $T/2 \times \underline{\text{amplitude}}$

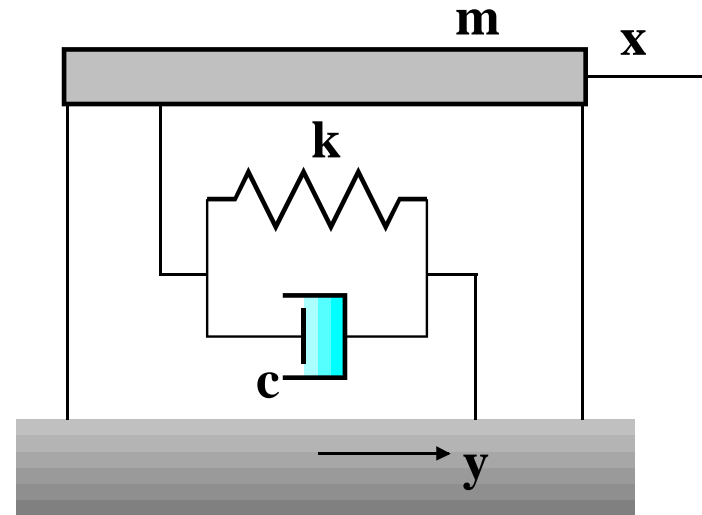
$\Delta t=0.01\text{s}$       分解できる波の  
最高周波数50Hz

$[\text{cm/s}] = [\text{s}] \times [\text{cm/s}^2]$

# 1質点モデル



spring-dashpot-mass system



structure system

## Voigt model

釣り合い式:

$$\underline{m(\ddot{x}(t) + \dot{y}(t))} + \underline{c\dot{x}(t)} + \underline{kx(t)} = 0$$

(慣性力: 絶対加速度) + (減衰制振力: 相対速度) + (復元力: 相対変位) = 0

そのままの状態をつづける

変化をさまたげる

もとにもどす





# 自由振動

- ✓ 基本固有周期と減衰効果
- ✓ 減衰定数

$$\underline{m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = 0}$$

$$k / m = \omega_0^2$$

$$c / m = 2h\omega_0$$

よって以下の式が導ける

$$h = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

$h$  : 減衰定数

$$\ddot{x} + 2h\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

代入する

解を  $x = Ae^{\lambda t}$  とおく

$$\begin{cases} \dot{x} = \lambda Ae^{\lambda t} \\ \ddot{x} = \lambda^2 Ae^{\lambda t} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{\lambda^2 + 2h\omega_0 \lambda + \omega_0^2 = 0}}$$

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = -h\omega_0 \pm \sqrt{(h\omega_0)^2 - \omega_0^2}$$

$$= -h\omega \pm \sqrt{h^2 - 1} \omega$$

$$h = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

ゆえに一般解は  $y = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$  と表せる  
 解の性質は  $h$  の値によって異なる

$h > 1$  の場合



過減衰振動

$h = 1$  の場合

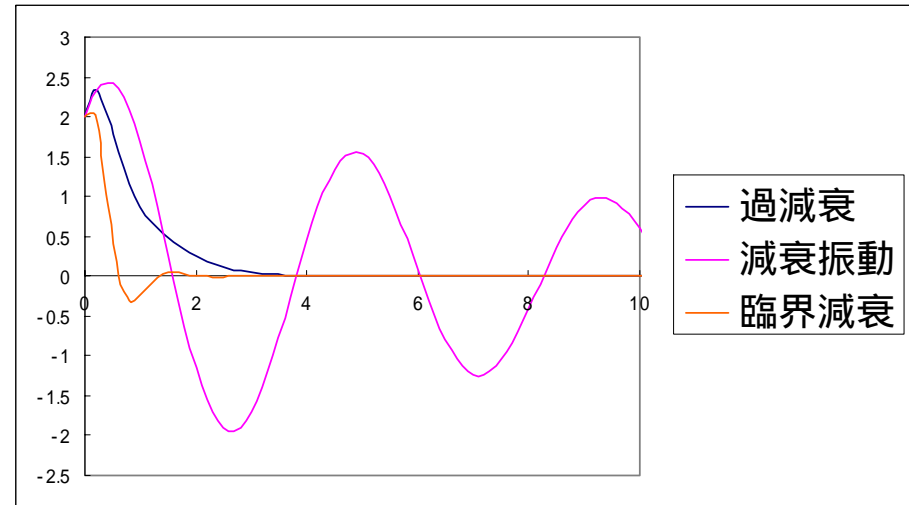


臨界減衰

$0 < h < 1$  の場合



減衰自由振動



$\lambda_1, \lambda_2$  は複素数

$$0 < h < 1$$

$$\sqrt{h^2 - 1} = \sqrt{1 - h^2}i \quad i^2 = -1$$

$$x = e^{-h\omega_0 t} \left( A' \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_0 t + B' \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0 t \right)$$

振幅の減衰効果

振動する成分

$$h = 0$$

$$x = 1 \left( A' \cos \omega_0 t + B' \sin \omega_0 t \right)$$

初期条件



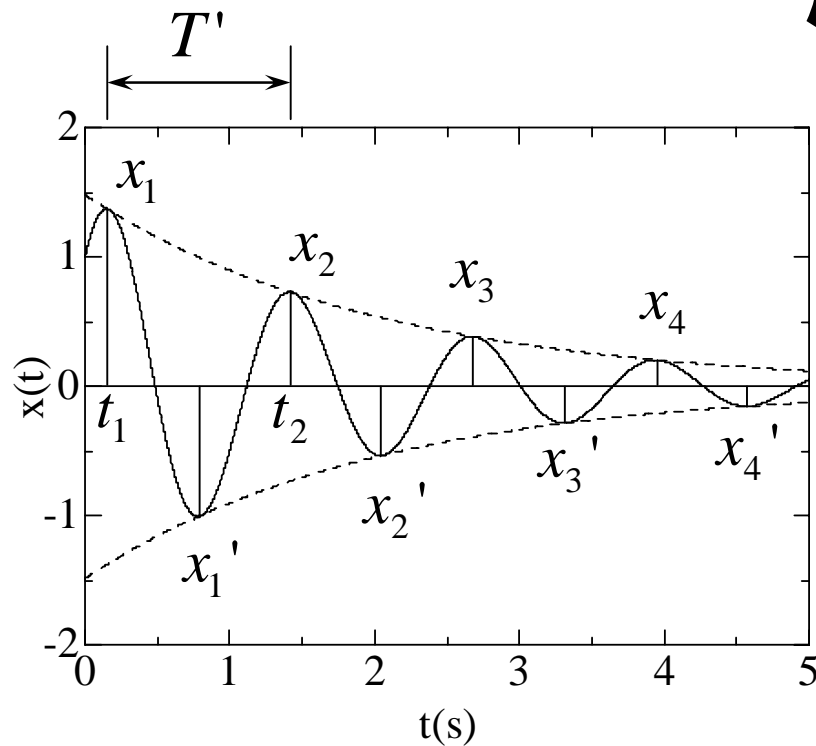
$t = 0$

初期変位:  $x_0$

初期速度:  $v_0 (= \dot{x})$

$$x = e^{-h\omega_0 t} \left( x_0 \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_0 t + \frac{v_0 + h\omega_0 x_0}{\sqrt{1 - h^2} \omega_0} \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0 t \right)$$

# 周期 $T$



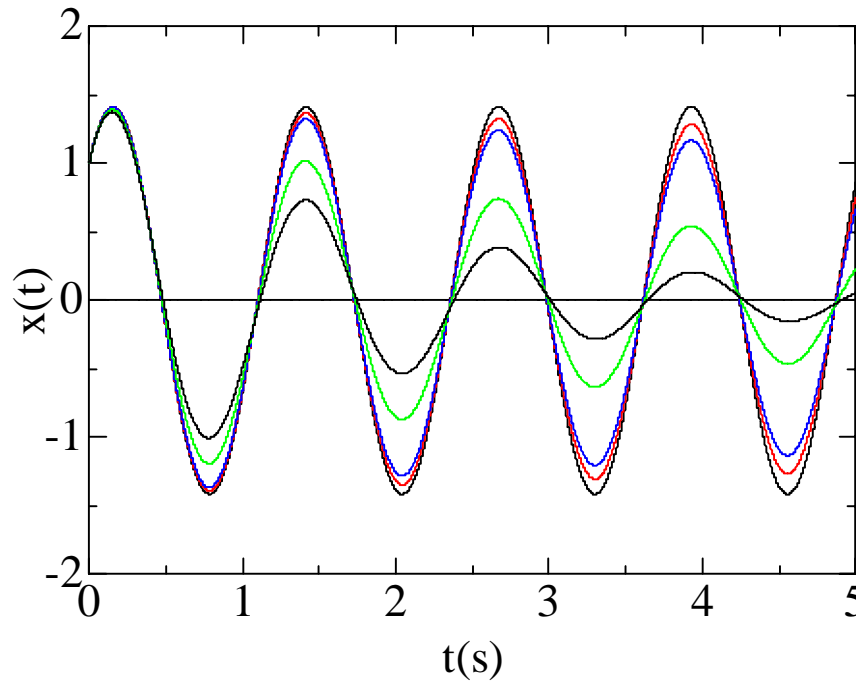
$$t_2 - t_1 = T'$$

$$t = t_1 \quad x_1 = e^{-h\omega_0 t_1} \left( x_0 \cos \sqrt{1-h^2} \omega_0 t_1 + \frac{v_0 + h\omega_0 \cdot x_0}{\sqrt{1-h^2} \omega_0} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_0 t_1 \right)$$

$$t = t_2 \quad x_2 = e^{-h\omega_0 t_2} \left( x_0 \cos \sqrt{1-h^2} \omega_0 t_2 + \frac{v_0 + h\omega_0 \cdot x_0}{\sqrt{1-h^2} \omega_0} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_0 t_2 \right)$$

$\longrightarrow$   =  とすれば周期  $T$  がとまる

$$x_0 = 1 \quad v_0 = 5 \quad \omega = 5$$



$h=0$   $\longrightarrow$   $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$   
 $h=0.005$   
 $h=0.01$   
 $h=0.05$   
 $h=0.1$

減衰振動周期

$$T' = \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{1-h^2}} = T_0 \frac{1}{\sqrt{1-h^2}} = \frac{2\pi}{\omega'}$$

$$h \ll 1$$



$$T' \approx T_0 = 2\pi / \omega_0$$

建物の微振動による減衰定数  $h$

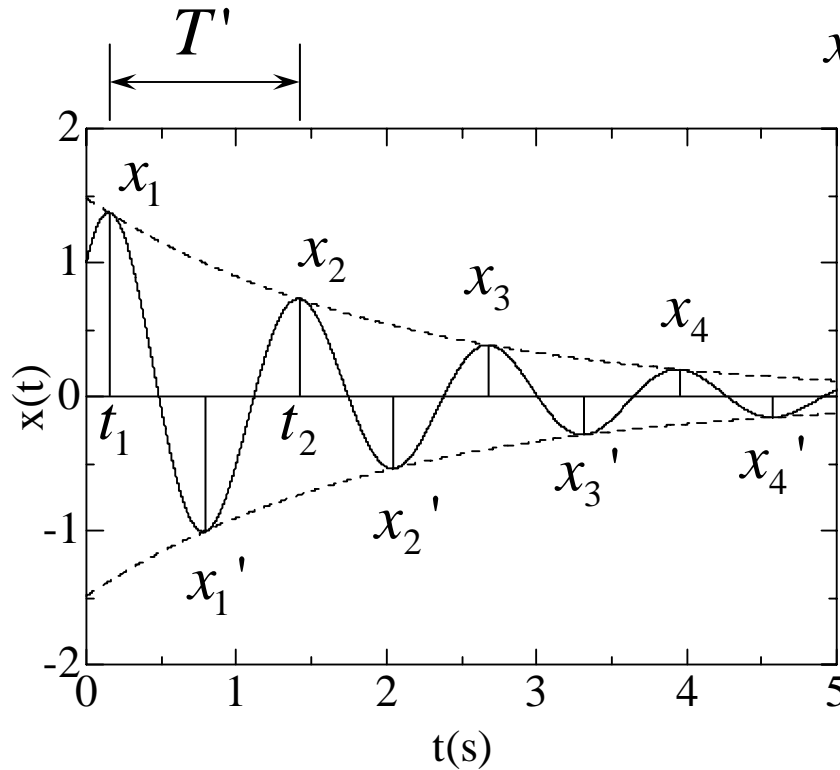
鉄骨造: 0.5 ~ 3%程度

RC造: 2 ~ 7%程度



# 減衰: $h$ と $d$

$$x_0 = 1 \quad v_0 = 5 \quad \omega = 5 \quad h = 0.1$$



粘性振動

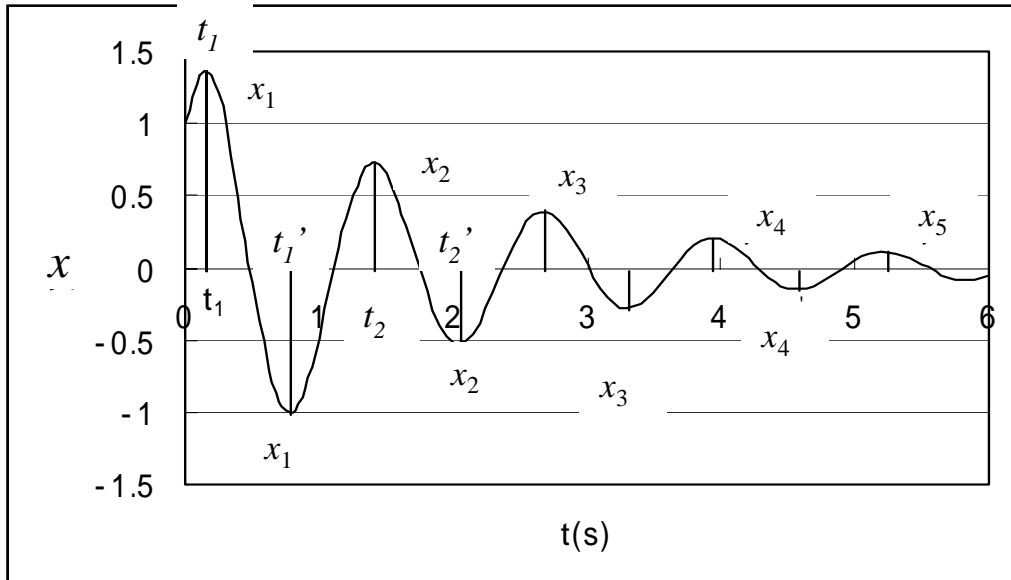
隣り合う1周期ごとの振幅の比率

全て同じになる

振幅比  $d$       $d = \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \frac{x_3}{x_4} \dots\dots$  (片振幅)

$$= \frac{x_1 + x_1'}{x_2 + x_2'} = \frac{x_2 + x_2'}{x_3 + x_3'} = \frac{x_3 + x_3'}{x_4 + x_4'} \dots\dots$$
 (全振幅)

● 全振幅の場合



$$t_1' - t_1 = T'/2$$

$$t_2' - t_2 = T'/2$$

$$d = \frac{x_1 + x_1'}{x_2 + x_2'} = \frac{e^{-h\omega t_1} + e^{-h\omega t_1'}}{e^{-h\omega t_2} + e^{-h\omega t_2'}} = \frac{e^{-h\omega t_1} + e^{-h\omega(T'/2+t_1)}}{e^{-h\omega t_2} + e^{-h\omega(T'/2+t_2)}}$$

$$= \frac{e^{-h\omega t_1} (1 - e^{-h\omega T'/2})}{e^{-h\omega t_2} (1 - e^{-h\omega T'/2})} = \frac{e^{-h\omega t_1}}{e^{-h\omega t_2}} \rightarrow \text{片振幅も同じ結果！}$$



## 自由振動のまとめ(1)

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + x(t)k = 0 \quad \longrightarrow \quad \ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0$$

$$\omega_0^2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \longrightarrow \quad \text{基本固有周期:}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

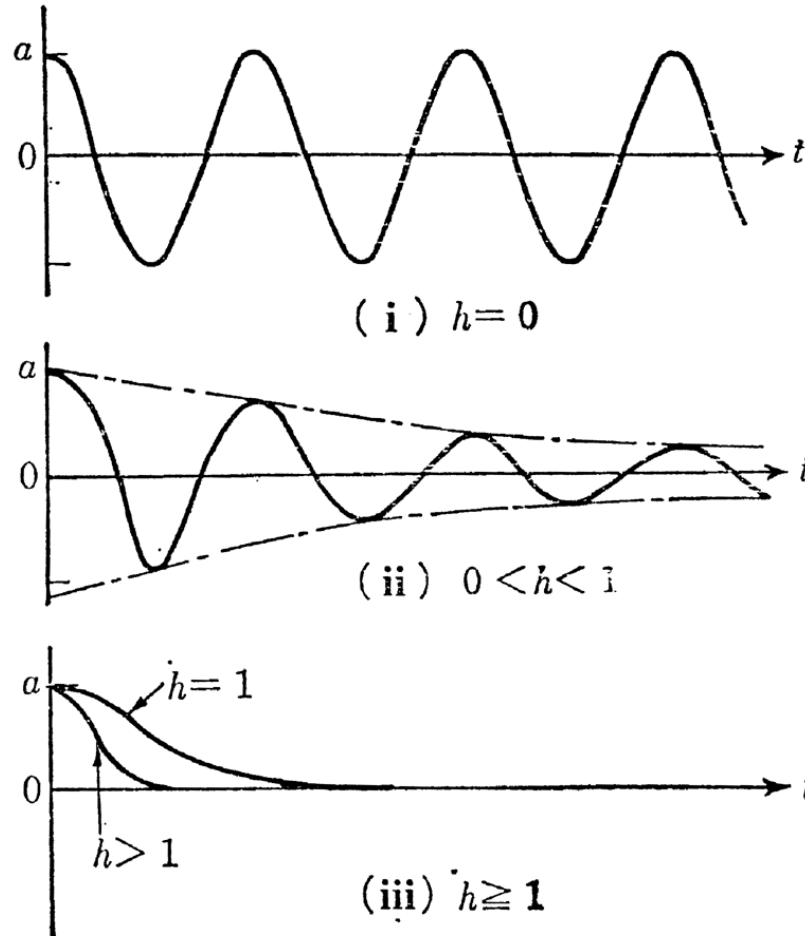
$$c_{cr} = 2\sqrt{mk} \quad \longrightarrow \quad \text{減衰定数: } h = \frac{c}{c_{cr}}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{1-h^2}\omega_0}$$

$h \ll 1$  とすると

$$T' \approx T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad 17$$

## 自由振動のまとめ(2)



減衰なし

自由減衰( $h < 1$ )

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-h^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-h^2}}$$

臨界減衰( $h=1$ )

過減衰( $h > 1$ )

図-2.8 自由振動波形と  $h$

## 自由振動のまとめ (3)

$$d = \frac{x_1}{x_2} = \frac{e^{-h\omega t}}{e^{-h\omega(t+T')}} = e^{\{(-h\omega t) - (-h\omega(t+T'))\}} = e^{h\omega T'} = e^{2\pi h / \sqrt{1-h^2}}$$

$$\longleftrightarrow \ln d = 2\pi h / \sqrt{1-h^2} \longleftarrow \text{対数減衰力}$$

$$\longleftrightarrow h = \left( \frac{\ln d}{2\pi} \right) \sqrt{1 + \left( \frac{\ln d}{2\pi} \right)^2}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{1-h^2}\omega} \approx T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \underline{h \ll 1 \text{ とすると}}$$

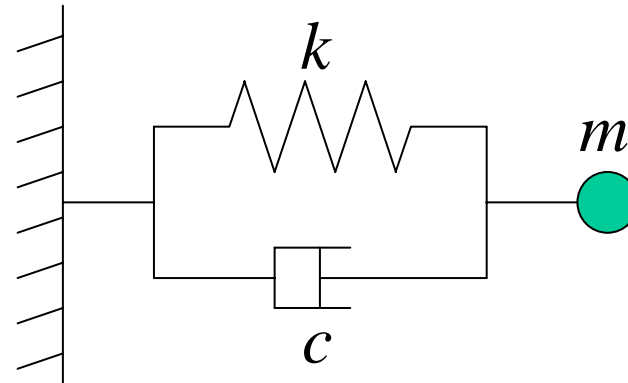


## 強制振動

- ✓ 共振
- ✓ エネルギー損失と減衰定数



外力がある場合



$$f(t) = F \cos pt$$

 $p$  : 外力の周波数

$$(-m\ddot{x}) + (-c\dot{x}) + (-kx) + f(t) = 0$$

慣性力      減衰力      復元力      外力

$$\longrightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

 $x$  の値
 $(-m\ddot{x}) + (-c\dot{x}) + (-kx) = 0$  の一般解と特殊解を足し合わせたもの

$$\longrightarrow \ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = (F/m)\cos pt$$

$$\text{特殊解 } x = A \cos(pt - \theta)$$

 $A$  : 振幅

 $\theta$  : 位相のずれ

$$(\omega_0^2 - p^2)A \cos(pt - \theta) - 2h\omega_0 p A \sin(pt - \theta)$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = 2h\omega_0 p / \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2h\omega_0 p)^2} \\ \cos \alpha = (\omega_0^2 - p^2) / \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2h\omega_0 p)^2} \\ \alpha = \tan^{-1} 2h\omega_0 p / (\omega_0^2 - p^2) \end{cases}$$

$$\longrightarrow = \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2h\omega_0 p)^2} A \cos(\underbrace{pt - \theta + \alpha}_{=0})$$

$$\longrightarrow = (F / m) \cos pt$$

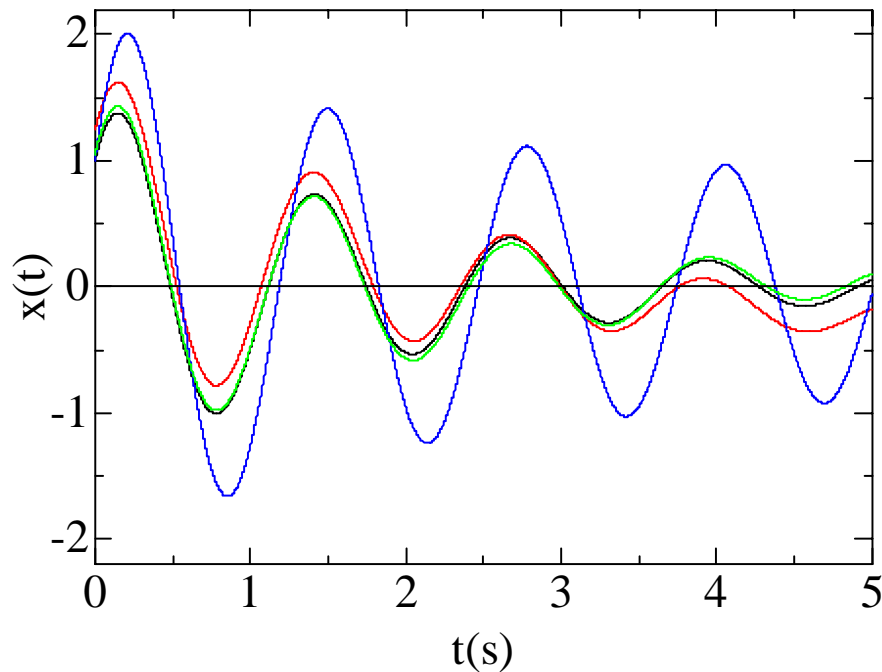
$$A = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2h\omega_0 p)^2}} \cdot \frac{F}{m}$$

$$\theta = \alpha = \tan^{-1} 2h\omega_0 p / (\omega_0^2 - p^2)$$

$$x = e^{-h\omega_0 t} \left( x_0 \cos \sqrt{1-h^2} \omega_0 t + \frac{v_0 + h\omega_0 \cdot x_0}{\sqrt{1-h^2} \omega_0} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_0 t \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + (2h\omega_0 p)^2}} \cdot \frac{F}{m} \cdot \cos\left(pt - \tan^{-1} \frac{2h\omega_0 p}{\omega_0^2 - p^2}\right)$$

when  $x_0 = 1$   $v_0 = 5$   $\omega_0 = 5$   $h = 0.1$   $F = 2$   $m = 0.5$

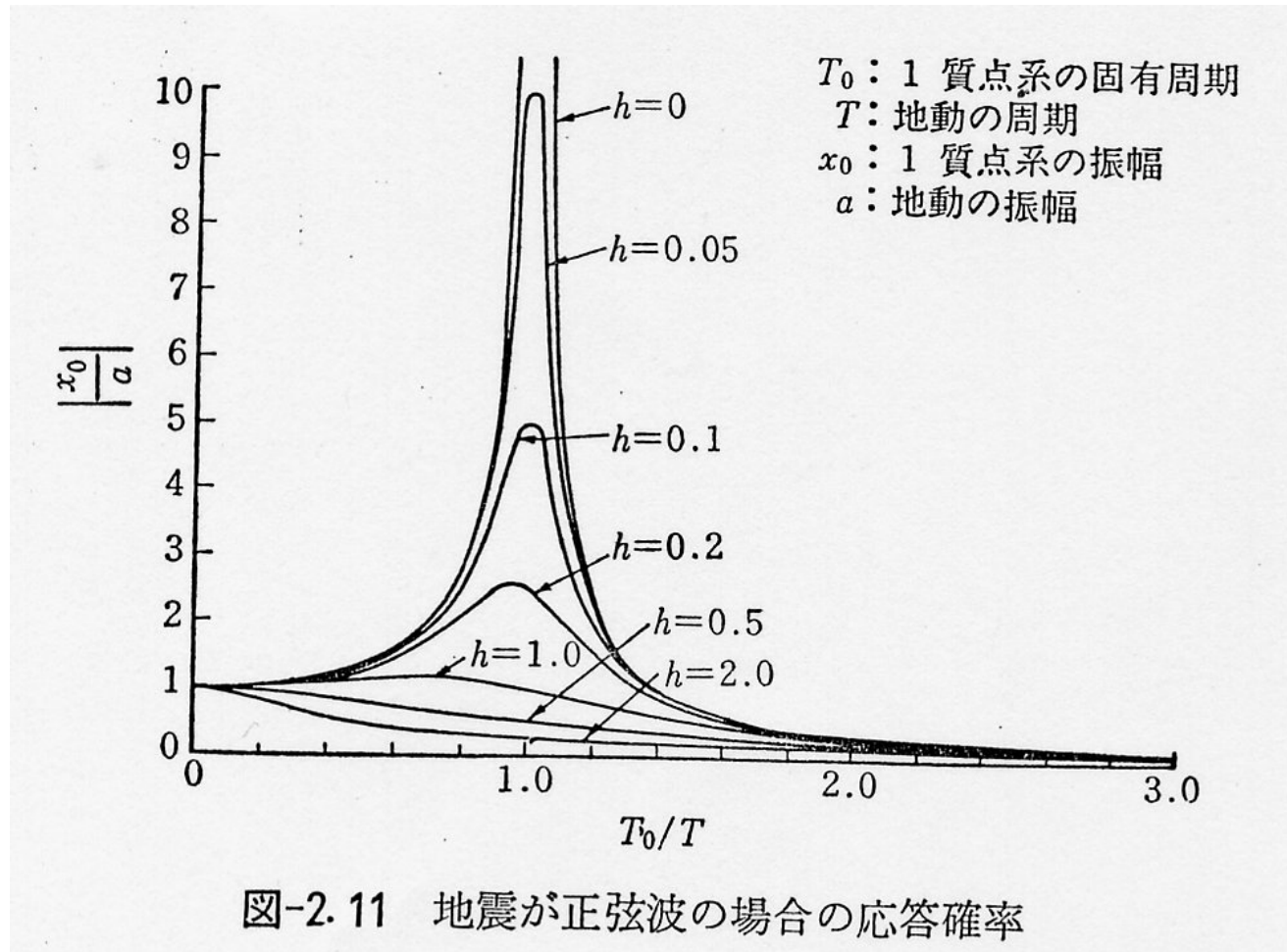


$$\omega_0 = p$$

$$\longrightarrow \frac{p}{\omega} = 1 : \text{共振}$$

$$A = \frac{1}{2h\omega_0 p} \cdot \frac{F}{m} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

# 共振と減衰





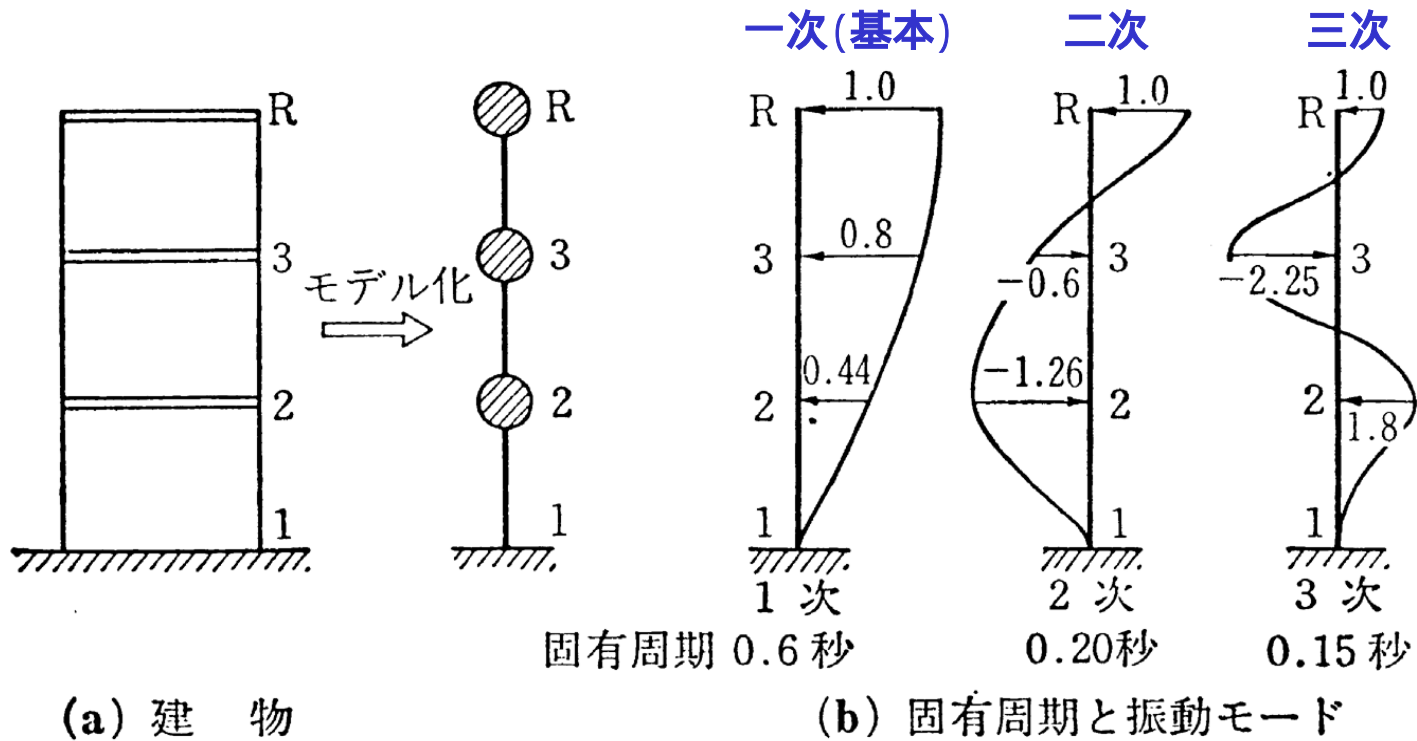


図-2.5 ある 3 層建物の固有周期と振動モード

# いろいろな固有周期

- ✓ ぶらんこ
- ✓ つりがね
- ✓ 忍法
  - 「くないの術」 (司馬遼太郎, 池波正太郎...)
- ✓ 建造物の固有周期 $T$ :  $1/(10 \sim 12) \times [\text{建物の階数}]$
- ✓ お皿とコップの水はどっちがこぼれやすい?  
周期は容器の直径の平方根  $D$  に比例  
スロッシング



$$\frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \int_0^t c\dot{y}^2 dt + \frac{1}{2}ky^2 = \int_0^t F \cos pty dt$$

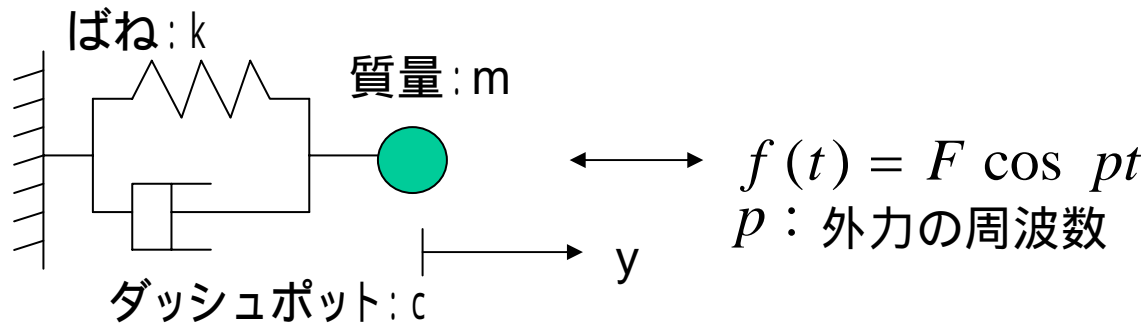
$$E + D - L = \text{const}$$

*E*: 振動エネルギー

*D*: 減衰力のなす仕事

*L*: 外力のなす仕事

## 1サイクル間に減衰力のなす仕事



$$T = \frac{2\pi}{p}$$

定常振動の解

$$y = a \cos(pt - \theta)$$

$$\dot{y} = -ap \sin(pt - \theta)$$

&lt; 1サイクル間に減衰力のなす仕事 &gt;

$$\begin{aligned} \Delta D &= \int_0^T c \dot{y}^2 dt = \int_0^{\frac{2\pi}{p}} c \dot{y}^2 dt \\ &= \pi c p a^2 \end{aligned}$$

1サイクル間に外力のなす仕事

$$\begin{aligned}\Delta L &= \int_0^{\frac{2\pi}{p}} F \cos pt \dot{y} dt \\ &= \pi c p a^2 \\ &= \Delta D\end{aligned}$$

1サイクル間に外力のなした仕事 = 減衰力によって消費された仕事

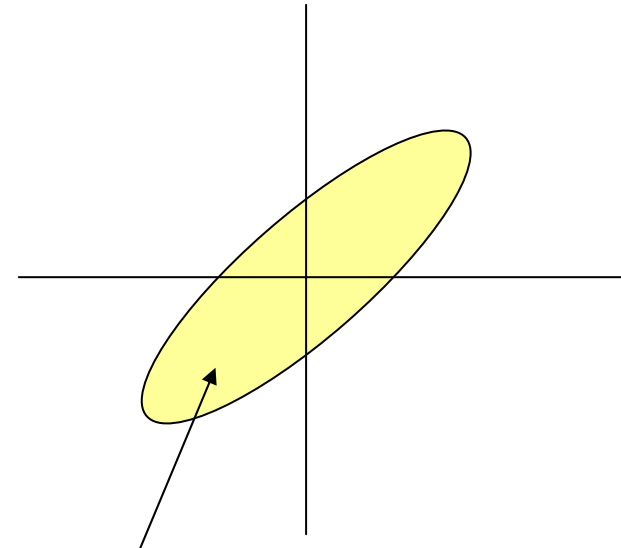
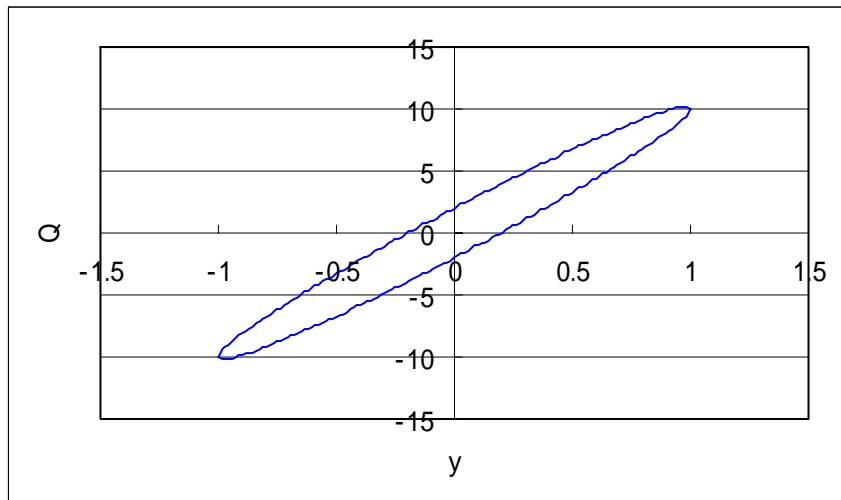
$$\Delta E + \Delta D - \Delta L = 0$$

$$\underline{\underline{\Delta E = 0}}$$

● 復元力

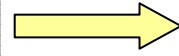
$$Q = ky + c\dot{y} = ky \pm cp\sqrt{a^2 - y^2}$$

$C = 0.4$      $k = 10$      $p = 5$      $a = 1$  とおいたとき



復元力が1サイクルになす仕事

復元力が1サイクルになす仕事

楕円の面積

$$\Delta W = \int_{-a}^a \{ f_1(x) - f_2(x) \} dx$$

$$\left[ \begin{array}{l} f_1(x) = kx + cp\sqrt{a^2 - x^2} \\ f_2(x) = kx - cp\sqrt{a^2 - x^2} \end{array} \right]$$

$$= \int_{-a}^a 2cp\sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$= 4cp \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$x = a \sin t \quad dx = a \cos t dt \quad \text{とおくと}$$

$$x : 0 \Rightarrow a$$

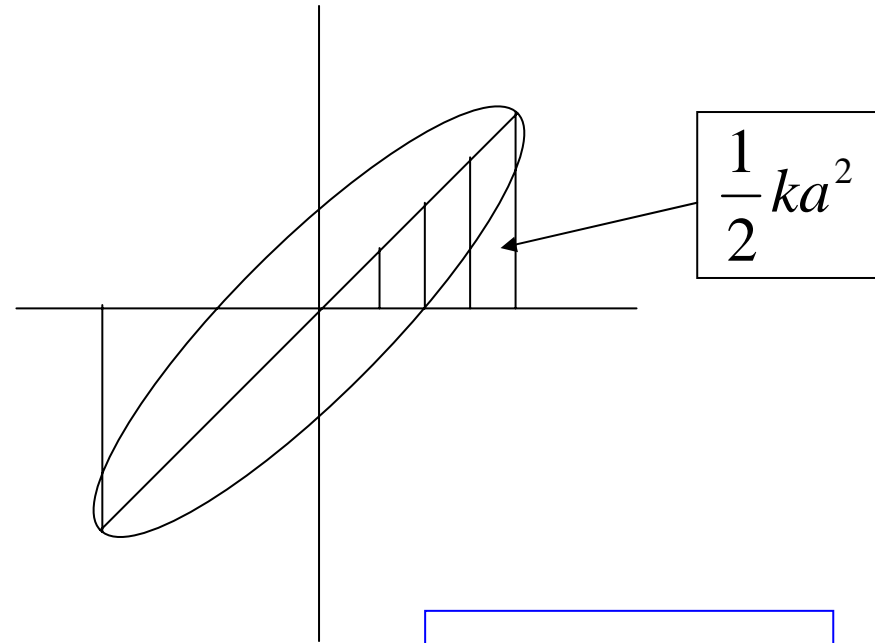
$$t : 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned}\Delta W &= 4cp \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t} \cdot a \cos t dt \\ &= 4cpa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt \\ &= 4cpa^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \\ &= \pi cpa^2\end{aligned}$$



最大ポテンシャルエネルギー  $W$

$$W = \frac{1}{2}ka^2$$



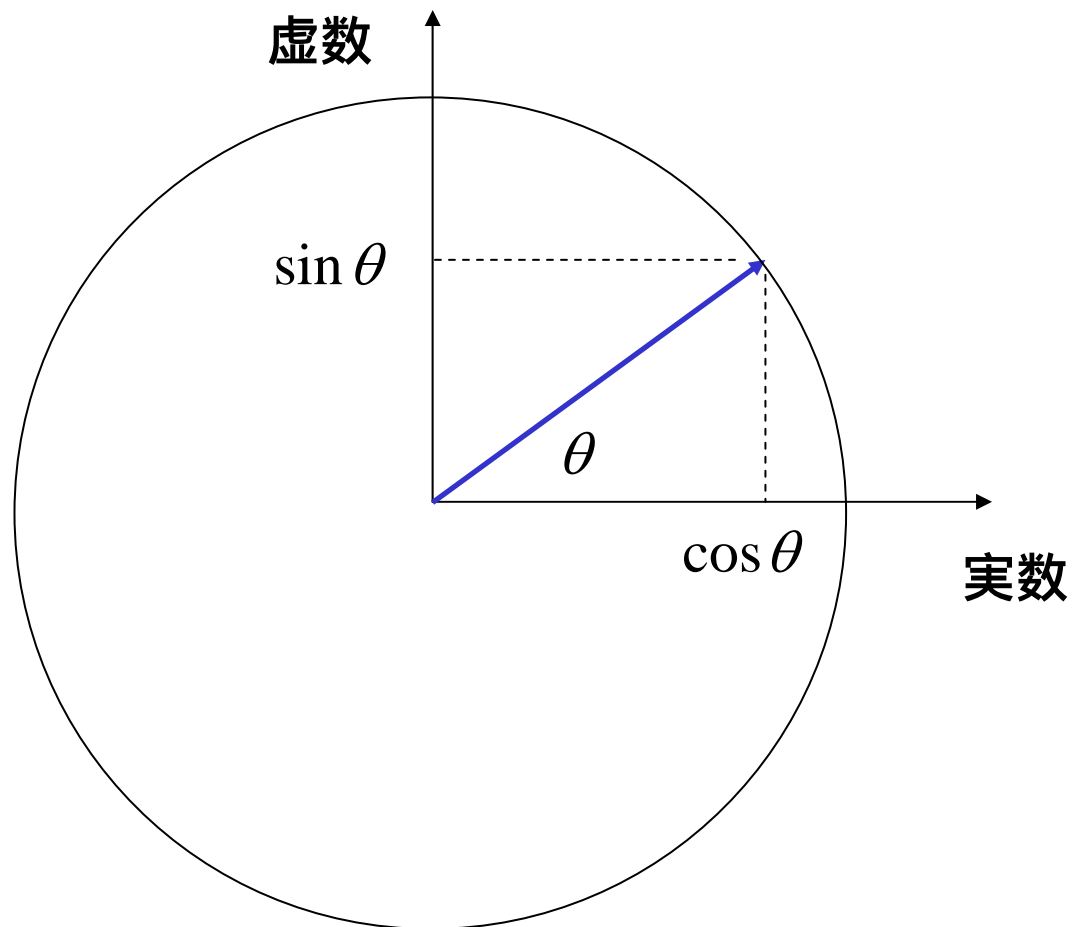
$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\pi c r a^2}{\frac{1}{2}ka^2} = \frac{\pi c r}{\frac{1}{2}k} = \frac{\pi \frac{2hk}{\omega} p}{\frac{1}{2}k} = 4\pi h \left( \frac{p}{\omega} \right)$$

$$c = \left( \frac{2h}{\omega} \right) \cdot k$$

$$\rightarrow h = \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{\omega}{p} \right) \cdot \left( \frac{\Delta W}{W} \right) = \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{\Delta W}{W} \right)$$

# 複素数 $i$ : ( $i^2 = -1$ )

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$



# 複素数*i*で表した振動の式 ( $i^2 = -1$ )

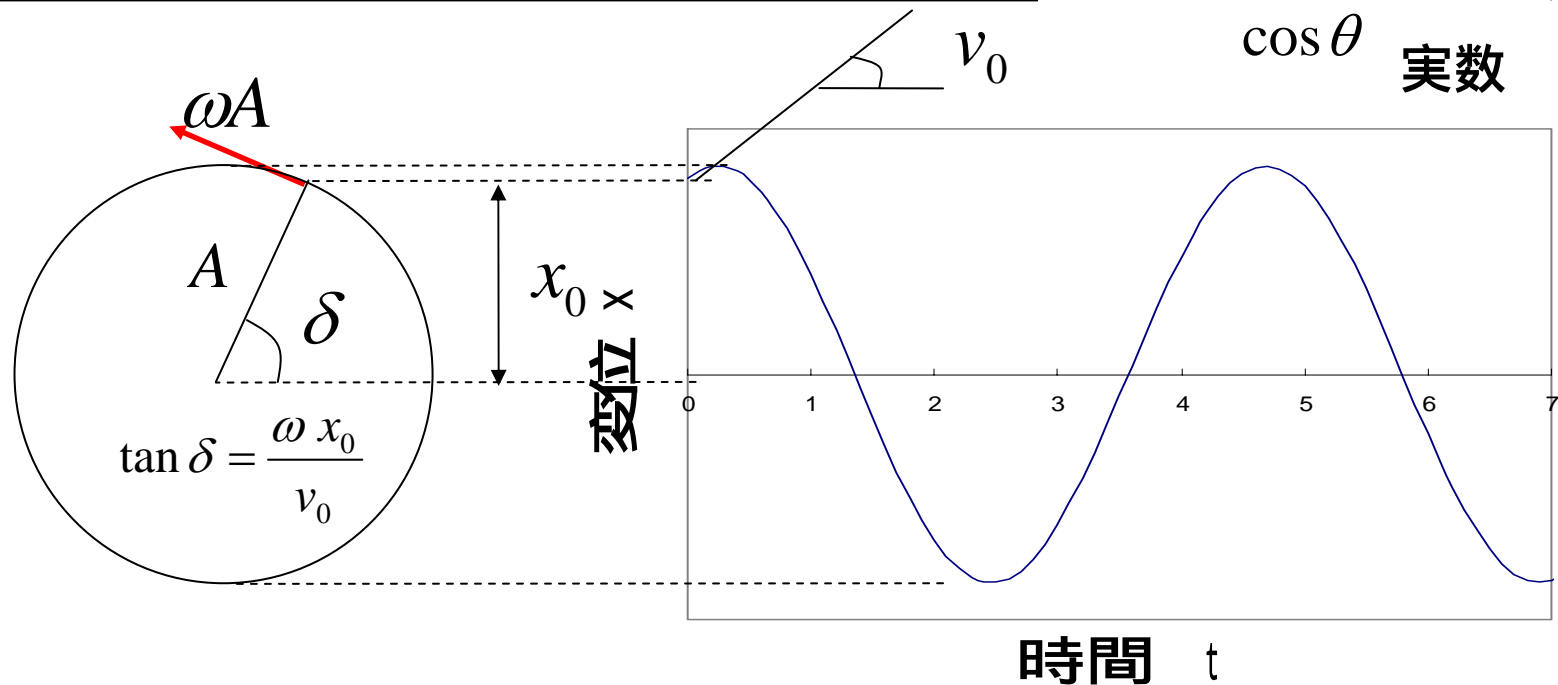
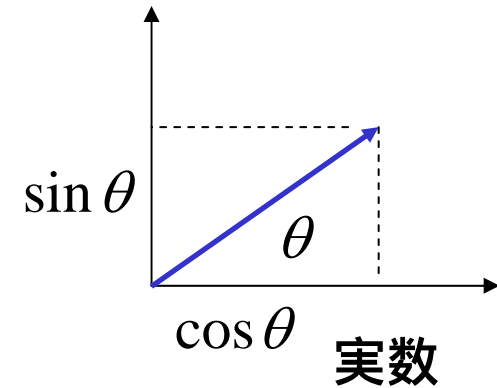
$$x = \int v dt = A' \cos \omega t + iB' \sin \omega t = Ae^{i\omega(t-\delta)} = Ae^{i\omega t} e^{-i\omega\delta}$$

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = i\omega Ae^{i\omega(t-\delta)}$$

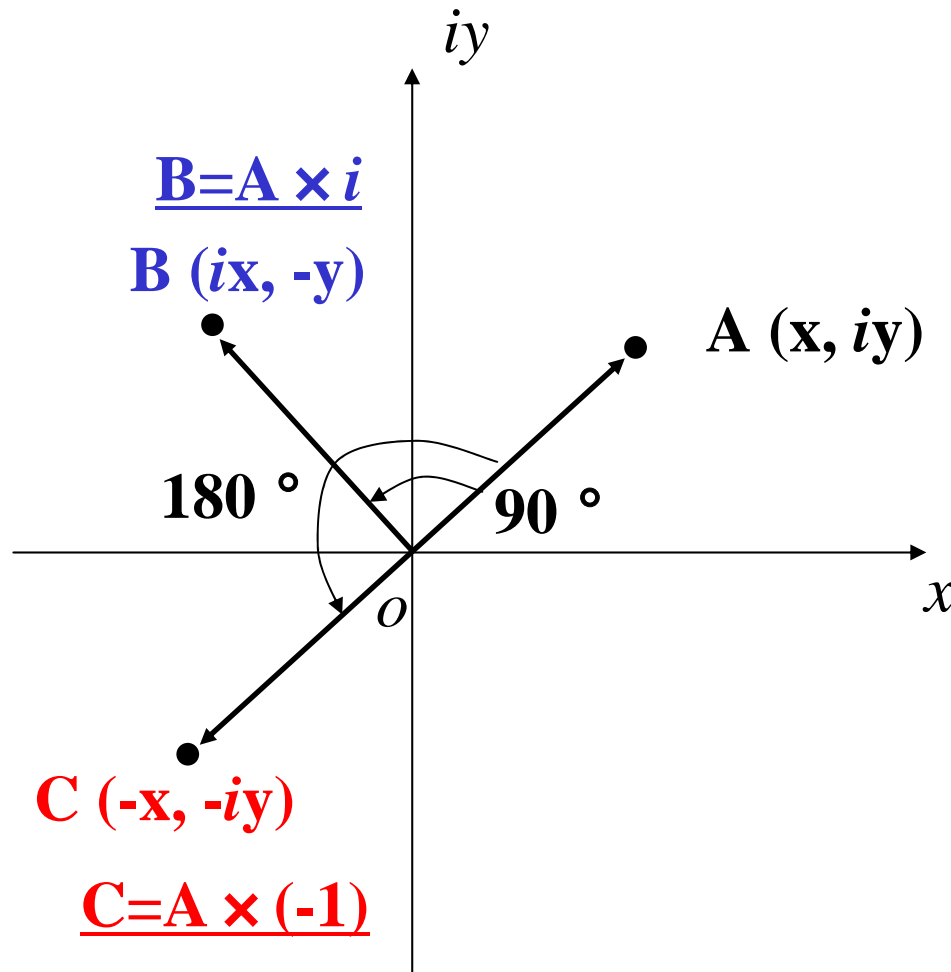
$$a = \ddot{x} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 Ae^{i\omega(t-\delta)}$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

虚数



# 複素数*i* をかけるということ



A      C:  $\times (-1)$  180° 進ませる

=

(A      B) 90° 位相を進ませる, and

(B      C) 90° 位相を進ませる

ということは,

$$-1 = i \times i$$

だから,

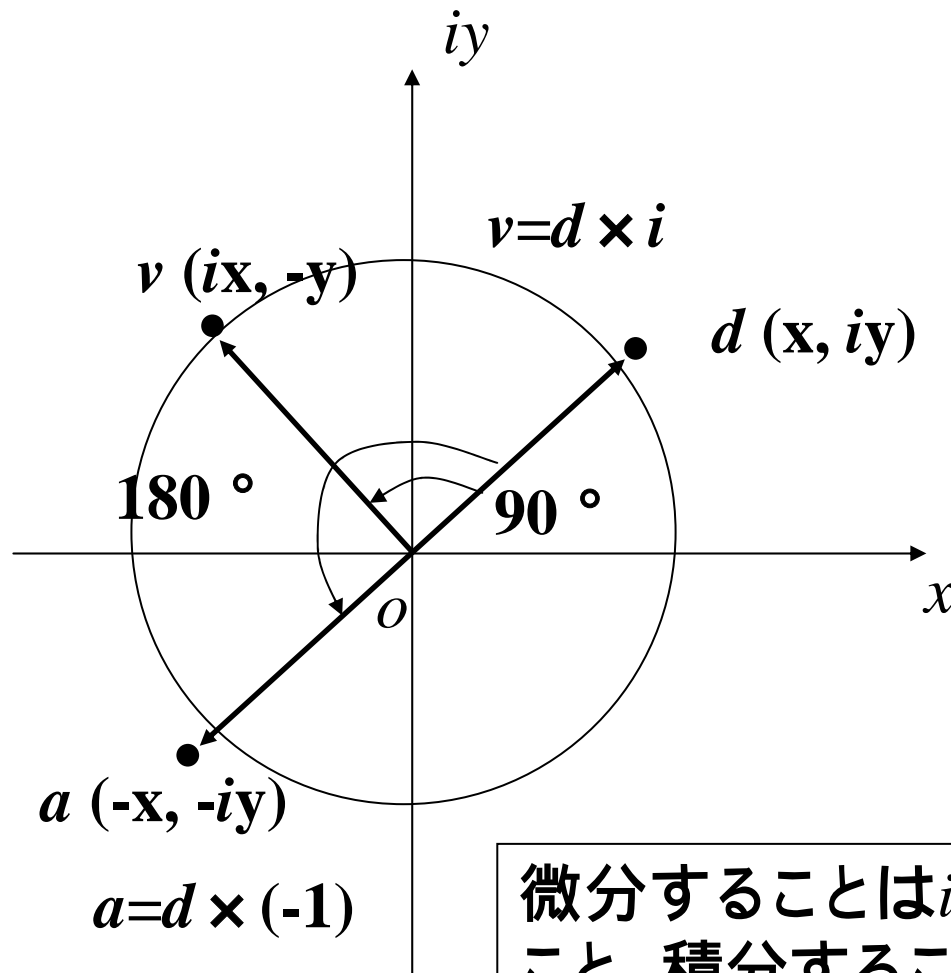
$\times i$  という操作は

位相を90° 進ませること.

# 複素数表示の意味

$$v = Ae^{i\omega t}$$

$$= A(\cos \omega t + i \sin \omega t)$$



微分  $a = \frac{dv}{dt} = \underline{i\omega} \cdot Ae^{i\omega t}$

$v = Ae^{i\omega t}$


積分  $d = \int v dt = \frac{1}{\underline{i\omega}} \cdot Ae^{i\omega t}$

微分することは  $i$  を掛ける (位相を  $90\text{deg.}$  進める) こと, 積分することは  $i$  で割る ( $90\text{deg.}$  遅らす) こと<sup>37</sup>

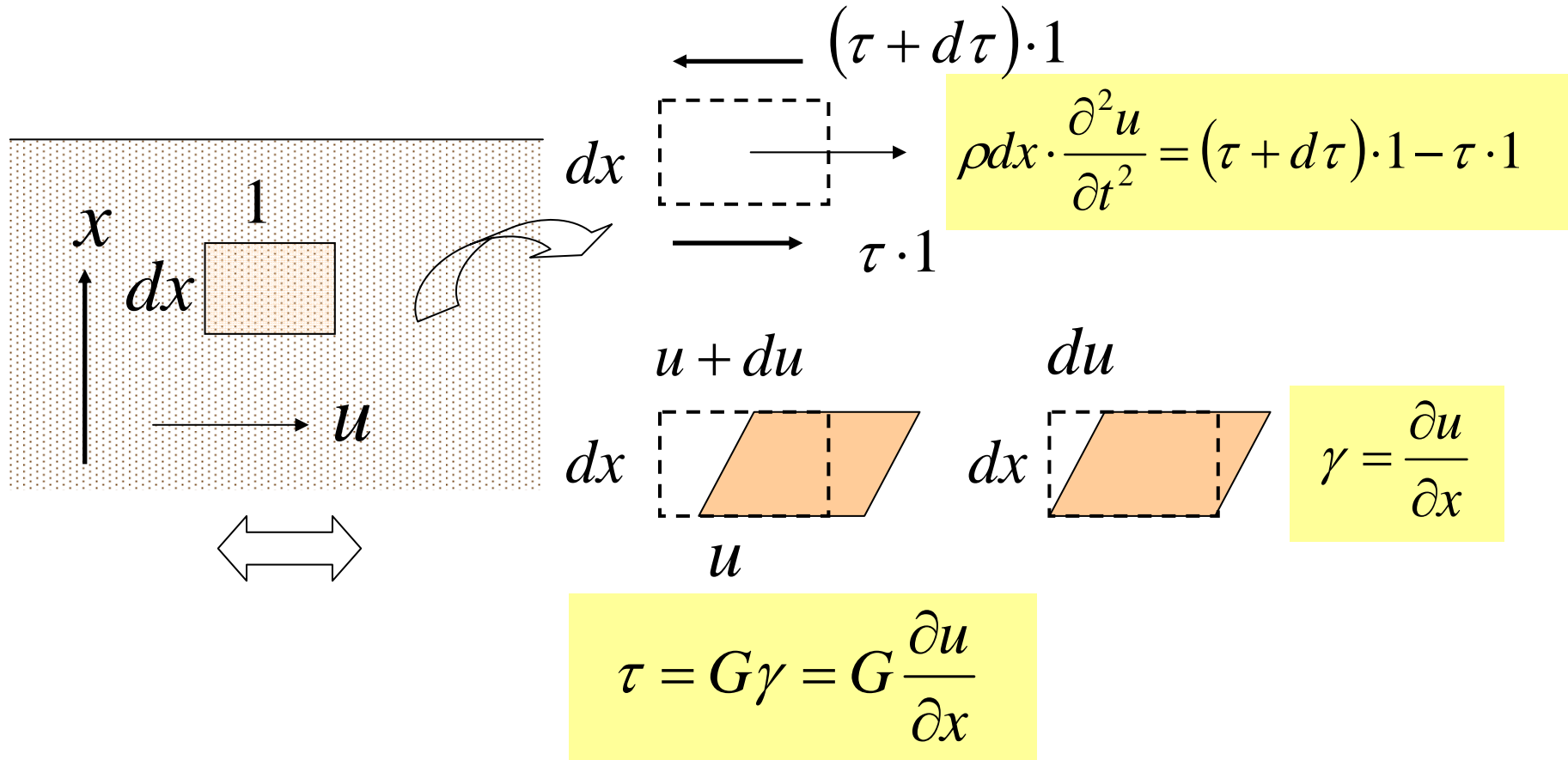


## 2. 波動伝播の基礎 (波を差分法で理解してみる)

**MAEDA Lab.**

Geotechnics  
Laboratory 

# 1次元波動方程式



$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

# 波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad u = u(x, t)$$

加速度 — この意味を考える

メモ: Taylor展開:

$$u(x + \Delta x, t) = u(x, t) + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} (\Delta x)^3 + \dots$$

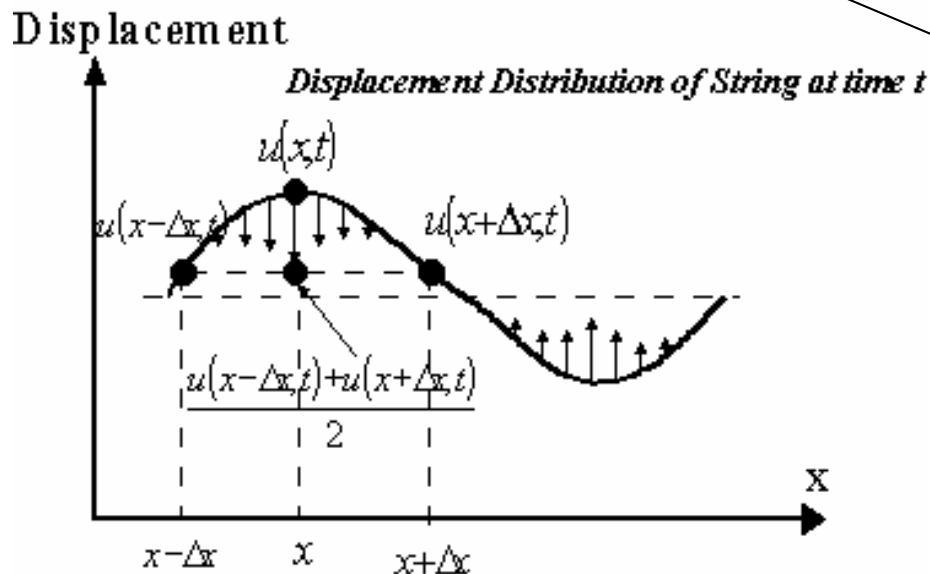
$$u(x - \Delta x, t) = u(x, t) - \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x)^2 - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} (\Delta x)^3 + \dots$$



# 波動方程式を差分で書き下すと...

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{1}{2\Delta x} [u(x + \Delta x, t) - u(x - \Delta x, t)]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{\Delta x^2} [u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t) - 2u(x, t)] \\ &= \frac{2}{(\Delta x)^2} \left[ \frac{u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t)}{2} - u(x, t) \right] \end{aligned}$$

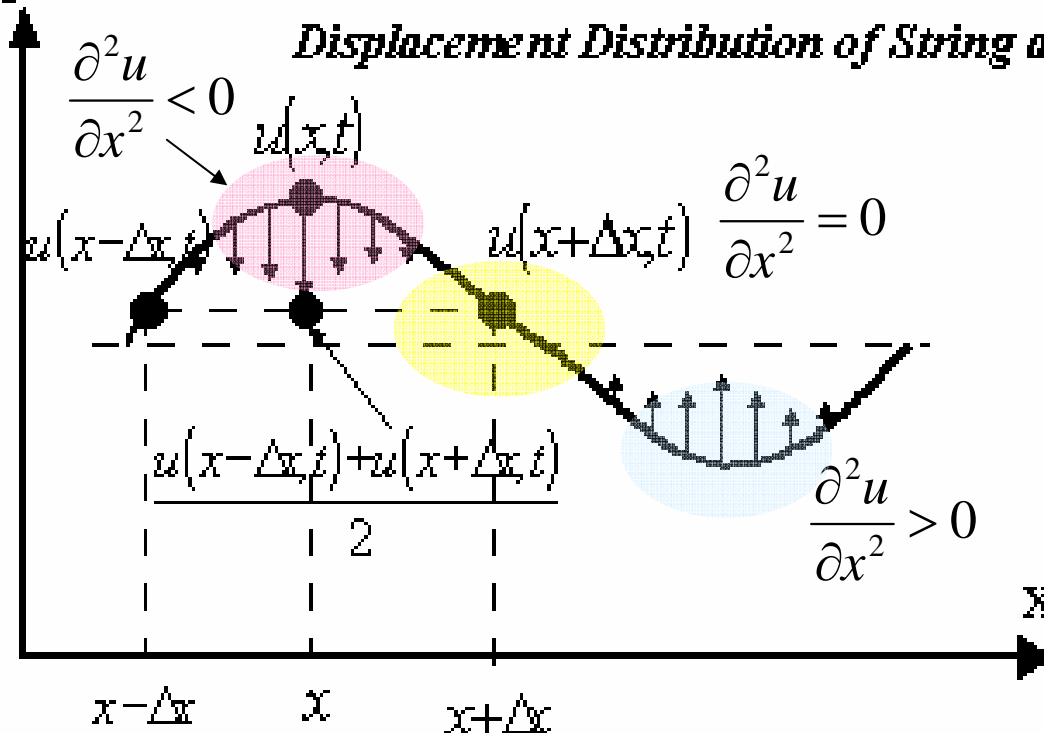


両隣の点の値  
の平均値

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{\Delta x^2} [u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t) - 2u(x, t)] \\ &= \frac{2}{(\Delta x)^2} \left[ \frac{u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t)}{2} - u(x, t) \right] \end{aligned}$$

両隣の点の値  
の平均値

Displacement

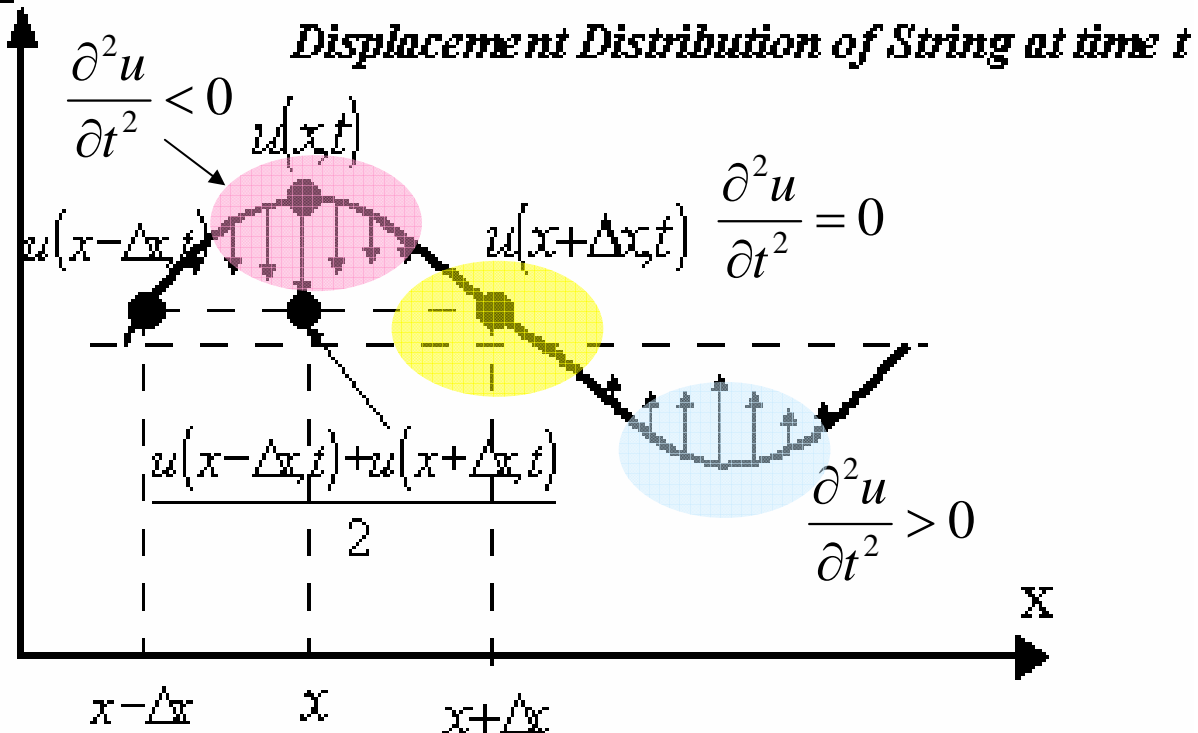


$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{2}{(\Delta x)^2} \left[ \frac{u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t)}{2} - u(x, t) \right]$$

加速度

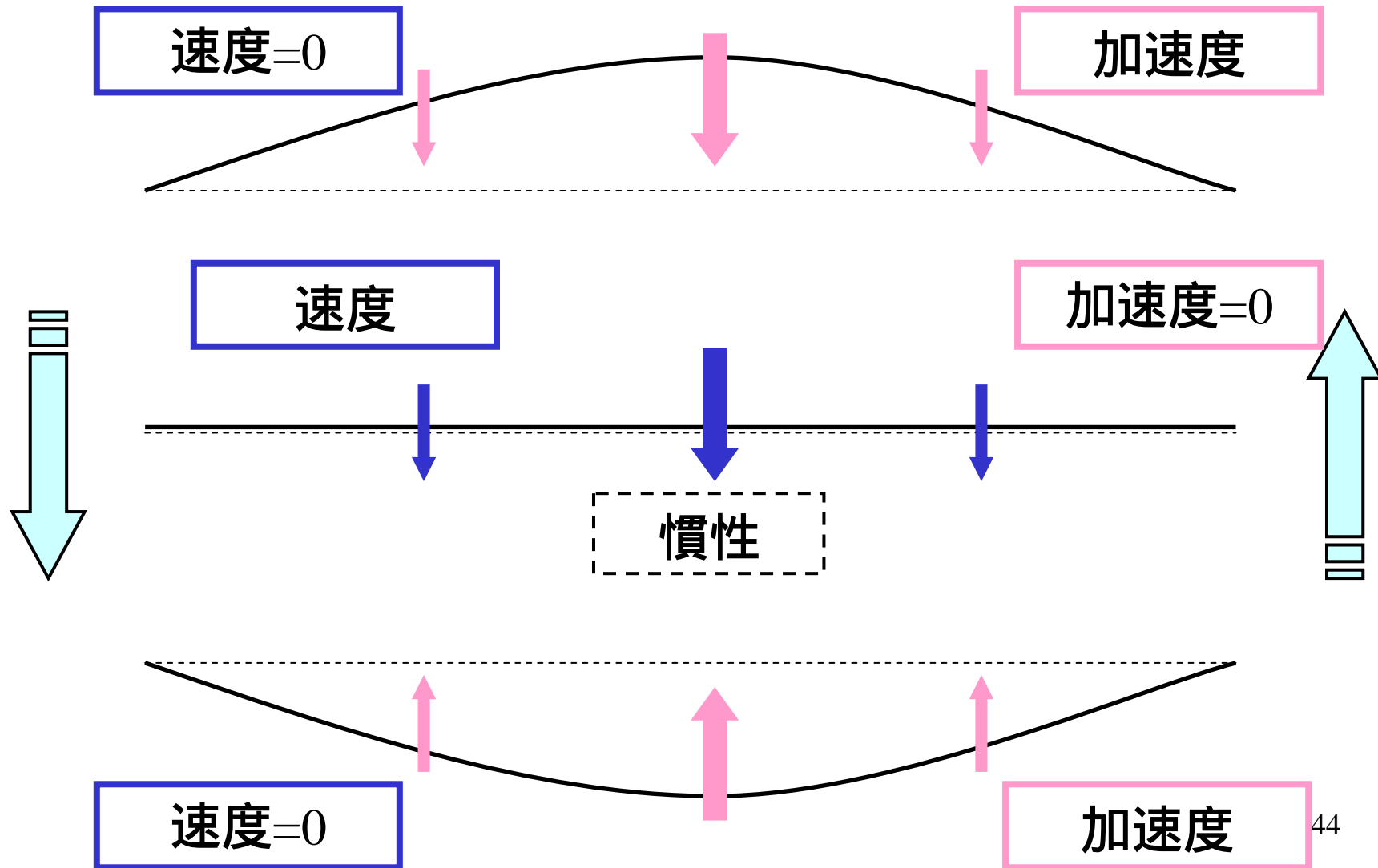
両隣の点の値の平均値

Displacement





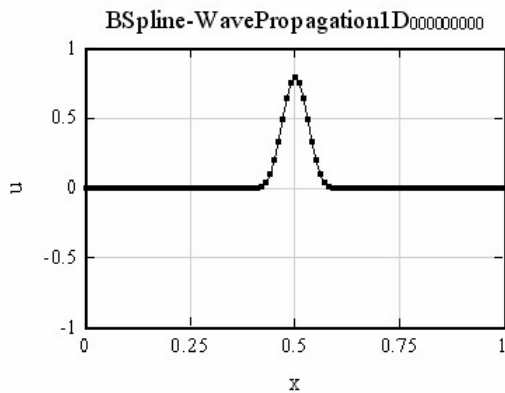
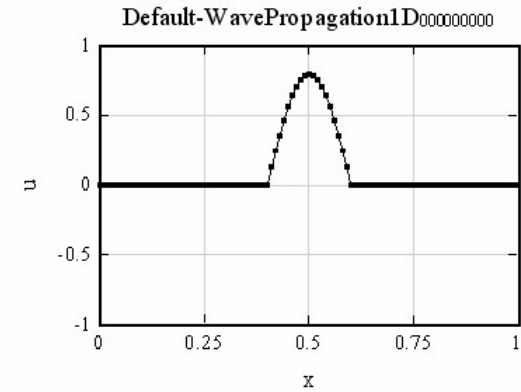
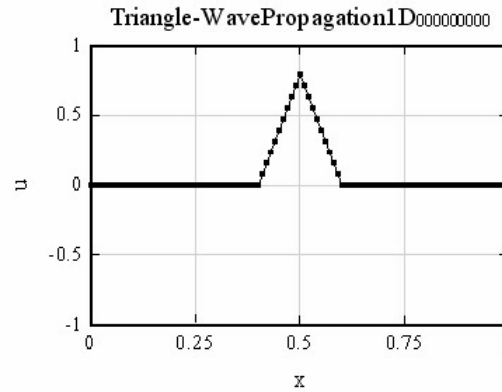
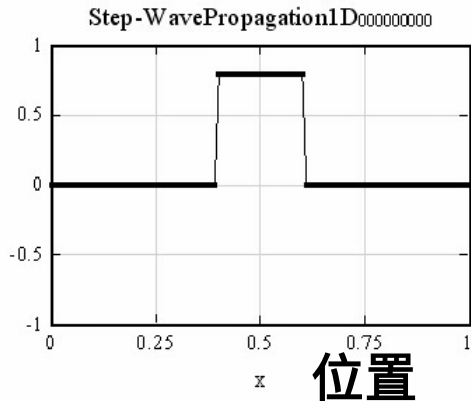
# 一次元弦の振動





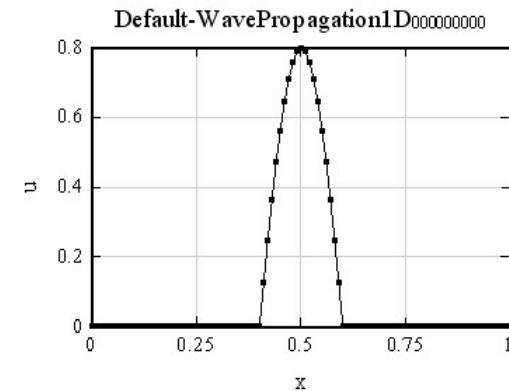
# 計算例 (動画)

変位



CFL条件

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} < V$$




- 進行波と後退波
- 初期値のなめらかさ

時間と空間の刻  
みバランス



### 3. 地盤材料の動的性質の 整理

**MAEDA Lab.**

Geotechnics  
Laboratory 



## 弾性波速度と弾性係数

縦波:  $V_p = \sqrt{(K + 4G/3)/\rho} = \sqrt{E(1-\nu)/(1+\nu)/(1-2\nu)/\rho}$

横波:  $V_s = \sqrt{(K + 4G/3)/\rho} = \sqrt{E/2(1+\nu)/\rho}$

$$V_p/V_s = \sqrt{2(1-\nu)/(1+\nu)}$$

$$\lambda = V \cdot T$$

$$V = f \cdot \lambda = \frac{1}{T} \cdot \lambda$$

波の速度 $V$ , 周波数 $f$ , 周期 $T$ , 波長

$V_p$

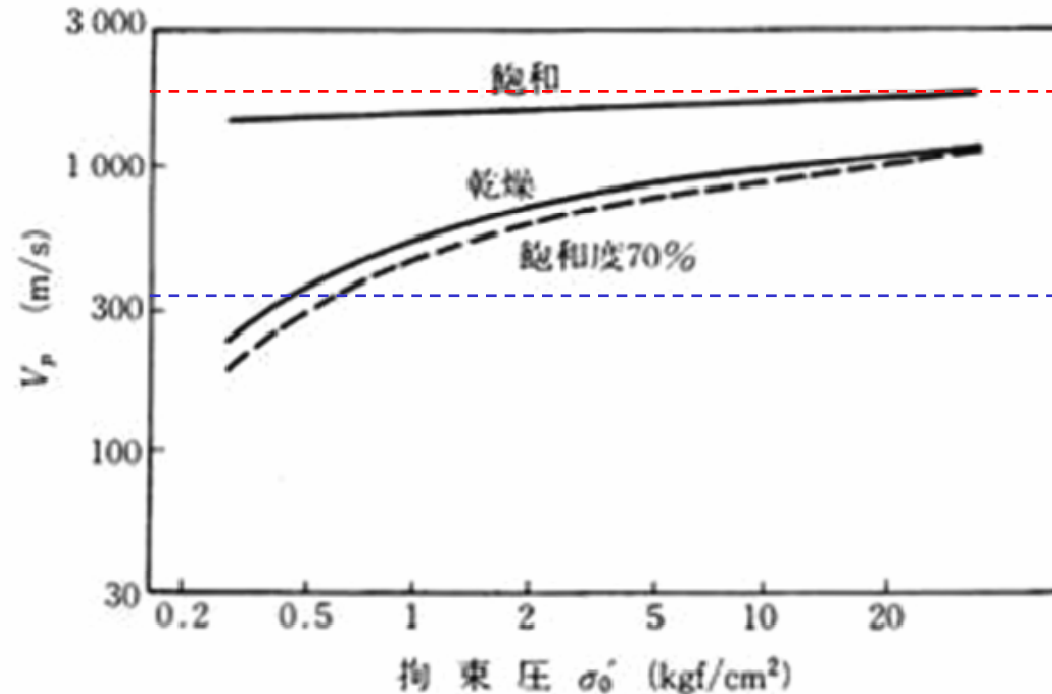
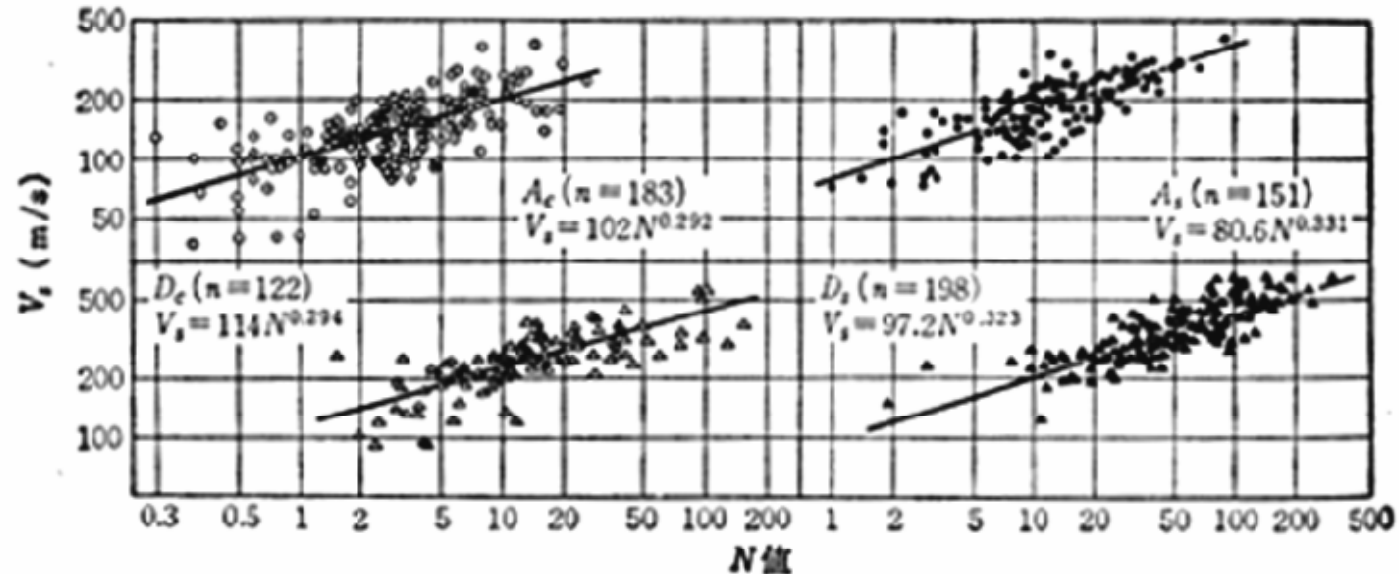


図-32 飽和度と拘束圧がP波速度に与える影響<sup>11)</sup>

空気の $V_p$  (音波) 340m/s , 水の $V_p=1500$ m/s



# $V_s$ とN値



(注) n : 標本数, N : N値,  $A_c$  : 沖積粘土層,  $A_s$  : 沖積砂層,  $D_c$  : 洪積粘土層,  $D_s$  : 洪積砂層

図-3.57 N値と  $V_s = \sqrt{G_{max}/\rho}$  の関係 (今井の原図)

「新体系土工学 構造物の耐震解析」(技報堂出版)土岐憲三

例えば,  $V_s = 90N^{1/3}$ ;  $N=27$   $V_s=270\text{m/s}$

$N=30$ ,  $V_s=300\text{m/s}$

## 様々な材料の $V_p$ と $V_s$

媒質の種類別		P波速度 $v_p$ (m/s)	S波速度 $v_s$ (m/s)	ポアソン比 $\nu$	密度 $\rho$ (g/ml)
沖積層	粘性土	250~700 (1,500)*	80~160	0.35~0.50	1.3~1.7
	砂質土		60~200		1.6~2.0
	砂 礫		250~350		1.8~2.1
洪積層	関東ローム	1,000~2,000 (1,500)* ~2,000	140~200		1.2~1.6
	粘性土		160~250		1.4~1.8
	砂質土 砂 礫		200~350 300~600		1.7~2.1 1.8~2.2
岩	泥 岩	2,000~3,000	600~1,000	0.30~0.40	2.2~2.6
	砂 岩	2,000~3,500	700~2,000		2.5~2.7
石	花崗岩	4,000~5,700	2,100~3,300	0.25~0.35	2.6~2.8
	玄武岩	4,400~6,700	2,500~3,800		2.8~3.0
上部マントル		7,500~8,000	4,300~4,600	≈0.25	≈3.3
空気(乾燥, 0℃, 1気圧)		331	—	—	0
水(蒸留, 23~27℃)		1,500	—	—	1.0
氷		3,230	1,600	0.338	0.338
コンクリート		3,100	1,960	0.167	2.3
鉄		5,950	3,240	0.289	7.86

\*飽和土の場合

## せん断剛性と減衰定数

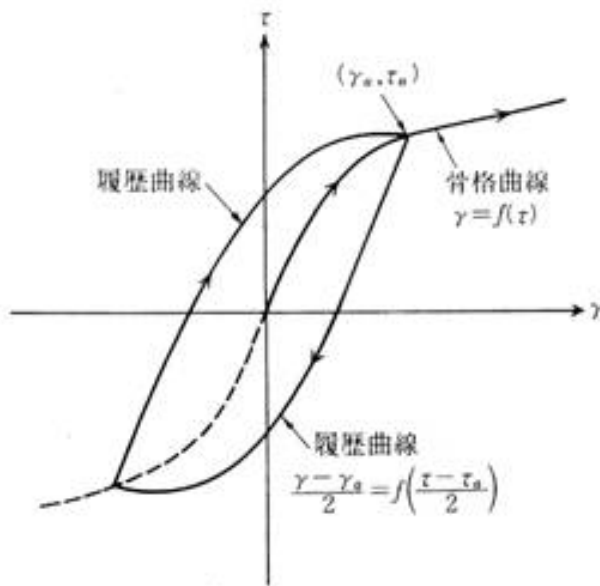


図-58 非線形の応力ひずみ関係

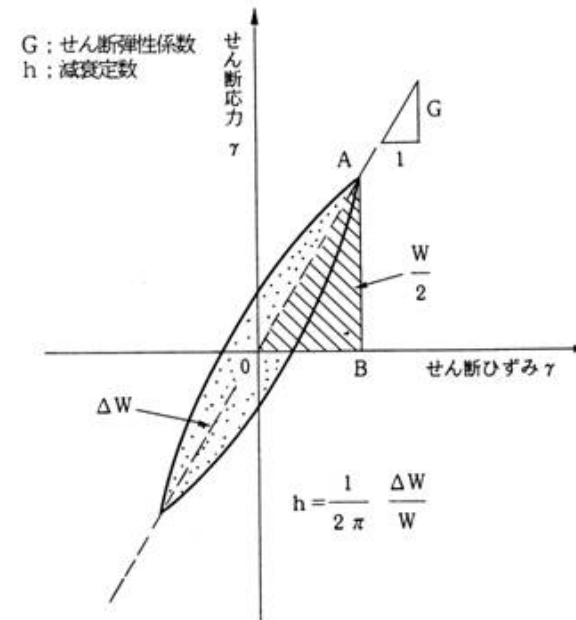
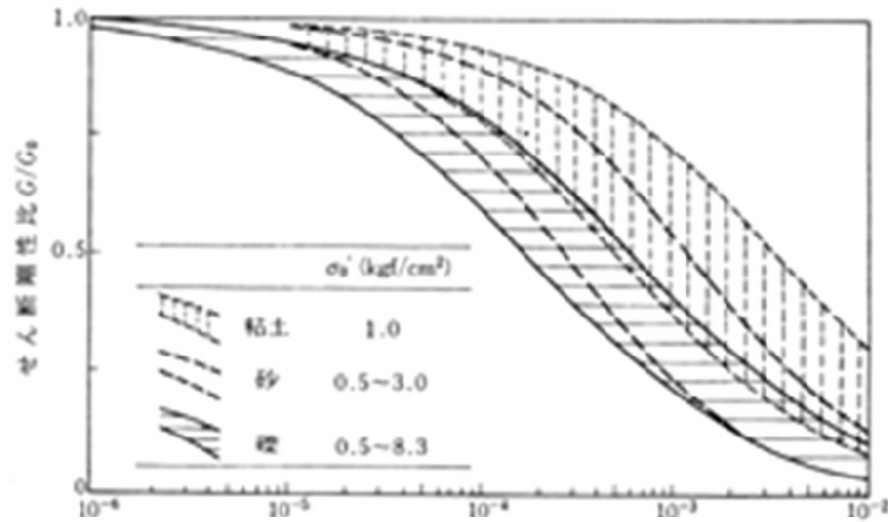


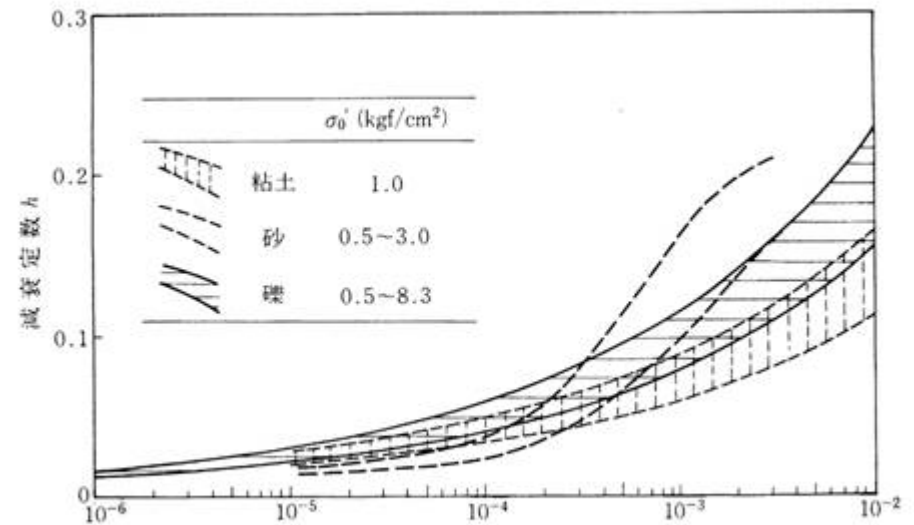
図-4.3.3 応力～ひずみ関係の等価線形モデル化

## 様々な材料のせん断剛性と減衰定数



せん断剛性比  $G/G_0$  ~ せん断ひずみ  $\gamma$

$G/G_0$



減衰定数  $h$  ~ せん断ひずみ  $\gamma$

$h$



## **4. 地盤はどのように揺れ、 被害をもたらすのか** (事例と解析結果, 解析パラメータの設定)

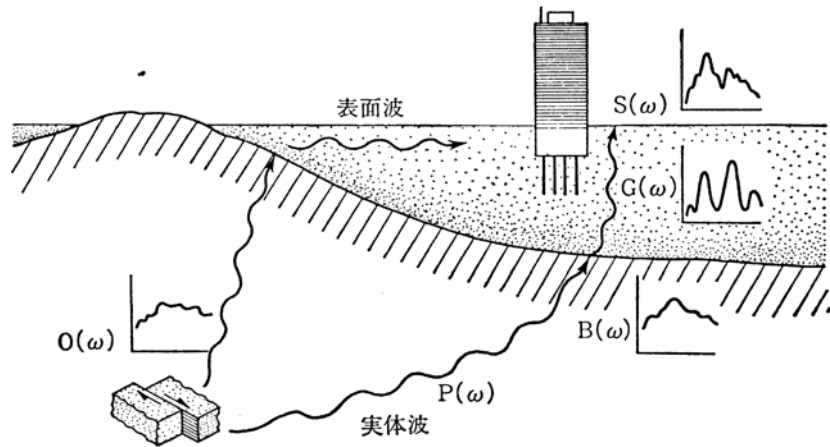


図-1.12 地震波伝ばの概念図

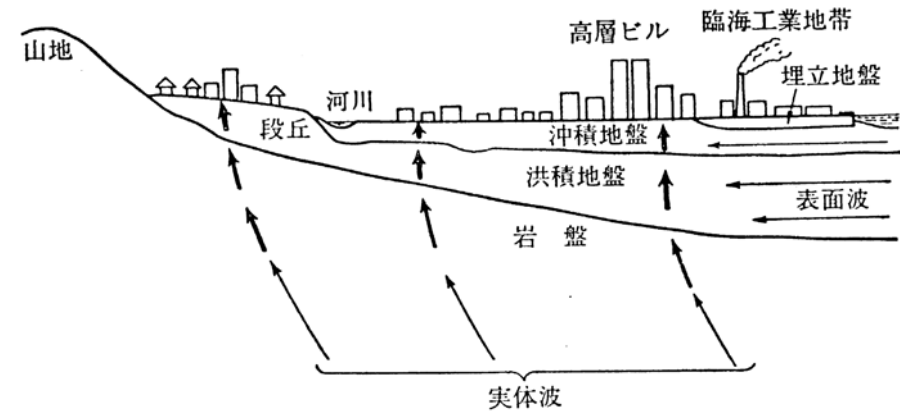
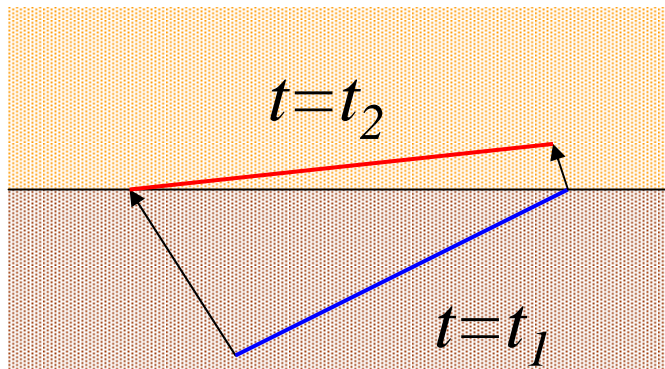


図-3.1 地盤の模式図と地震波の到達経路

「土質・基礎工学のための地震・耐震入門」土質工学会



やわらかい地盤(波がゆっくり伝わる)

硬い地盤(波が速く伝わる)

# 重複反射理論

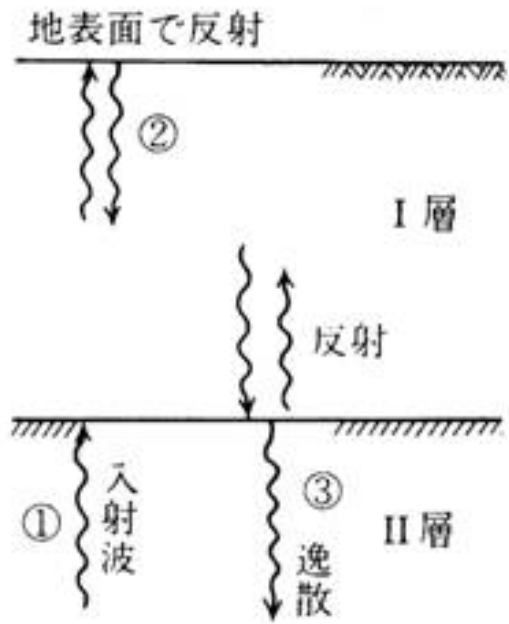
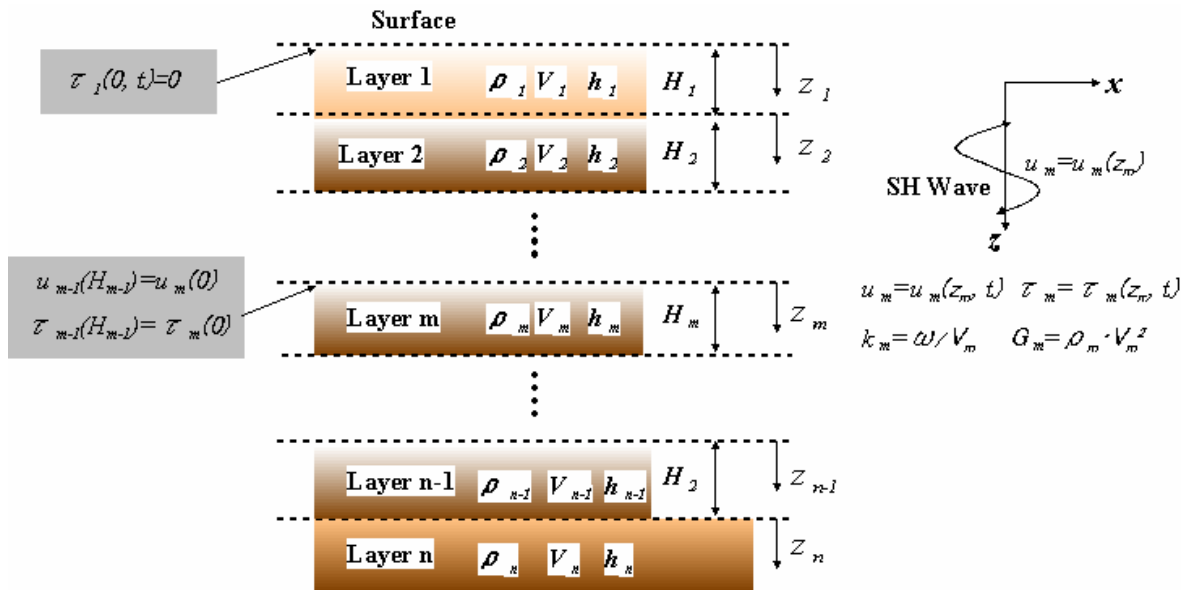


図-25 逸散減衰の概念

「やさしい土質力学  
原理」地盤工学会



Multi-Layer System and Coordinate System

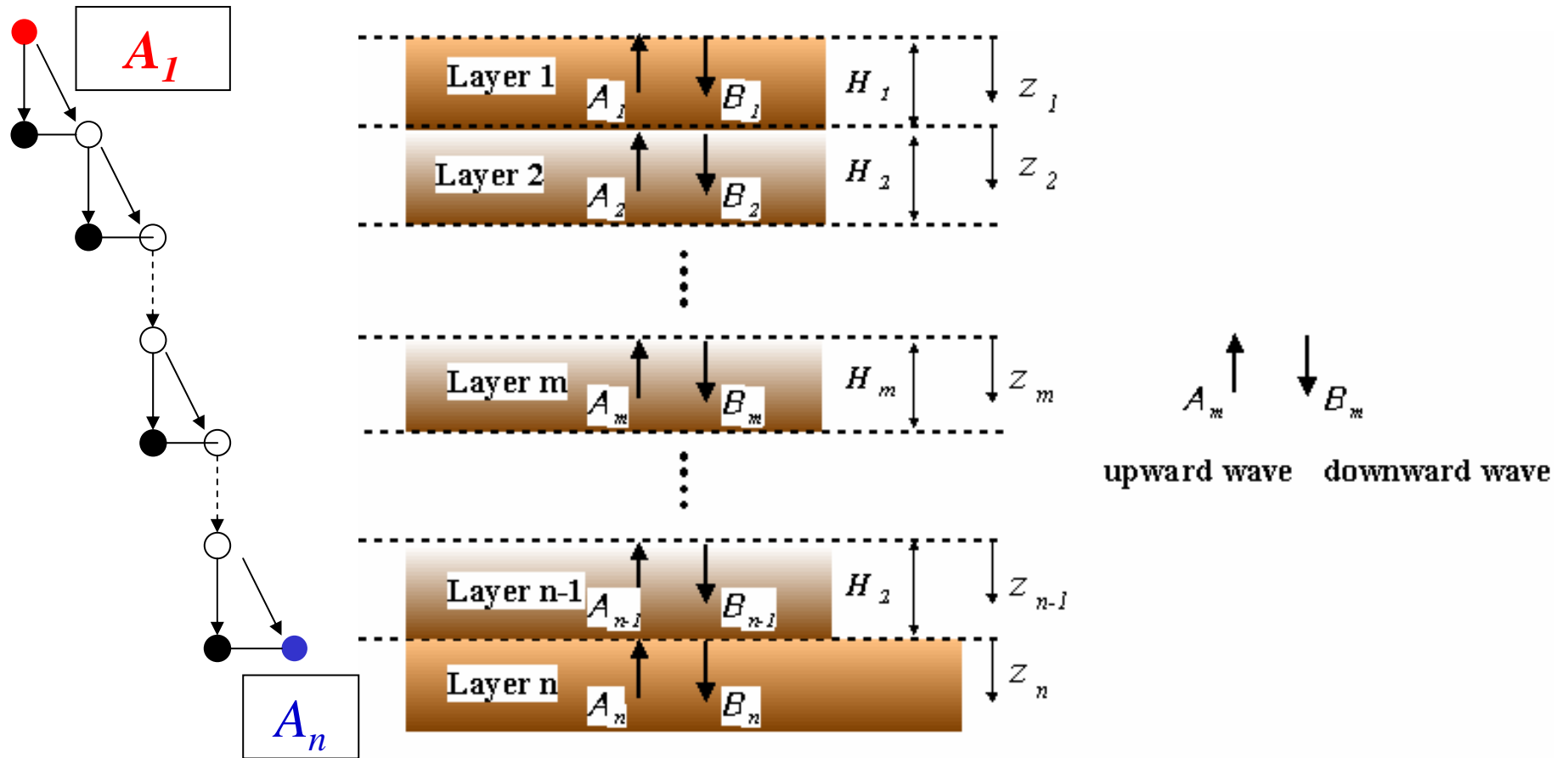
一番興味があるのは

$$A_1/A_n = (\text{表層の振幅}) / (\text{基盤の振幅})$$

= 増幅特性

# 重複反射理論

一番興味があるのは  $A_1/A_n = (\text{表層の振幅})/(\text{基盤の振幅})$

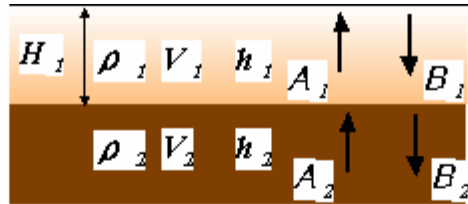


Reflection and Refraction



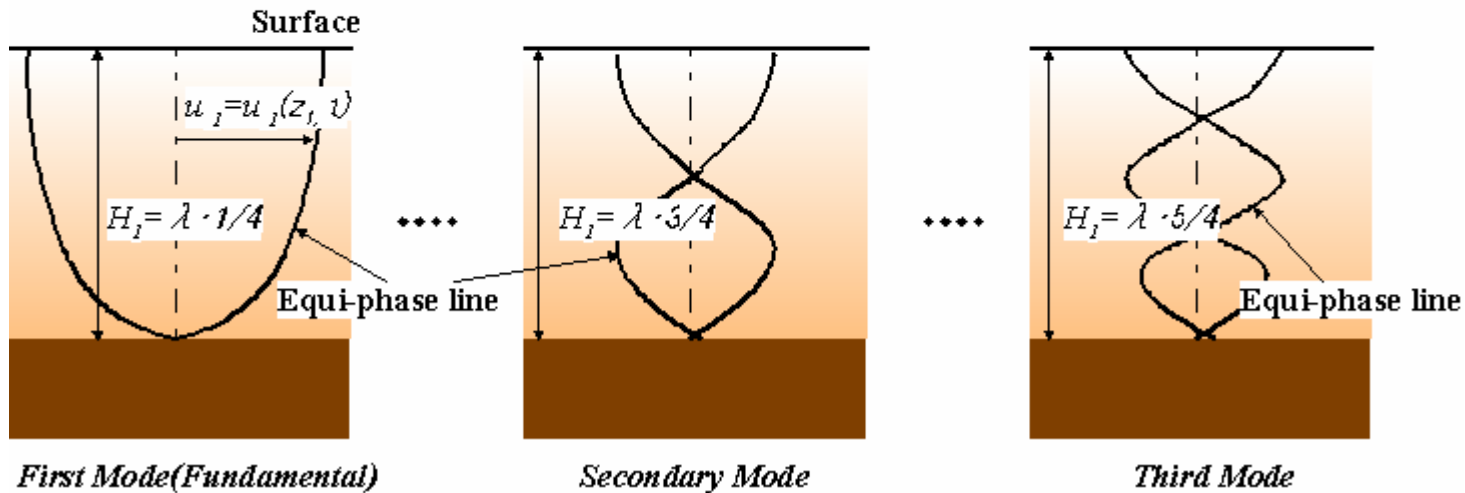


# 単純な地盤の振幅



$$k_m = \frac{\omega}{V_m} \quad \text{: 波数}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



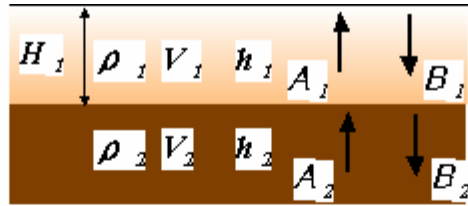
$$A_1 = B_1 = \frac{1}{\cos(k_1 H_1) + i \alpha_1 \sin(k_1 H_1)} A_2$$

インピー  
ダンス比

$$\alpha_{m-1} = \frac{G_{m-1} k_{m-1}}{G_m k_m} = \frac{\rho_{m-1} V_{m-1}}{\rho_m V_m} \quad \text{インピーダンス}$$

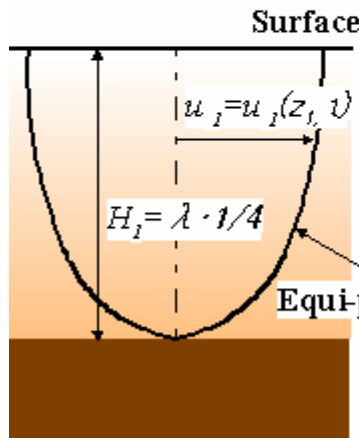
が小さくな  
るほど増幅  
する

# 二層地盤の固有周期



$$V = f \cdot \lambda = \frac{\lambda}{T}$$

$$G = \rho V_s^2$$

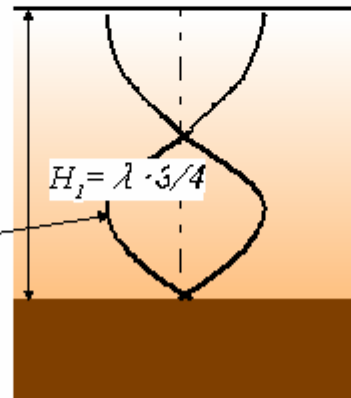


First Mode (Fundamental)

1次モード(基本モード)

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{4} \frac{V}{H}$$

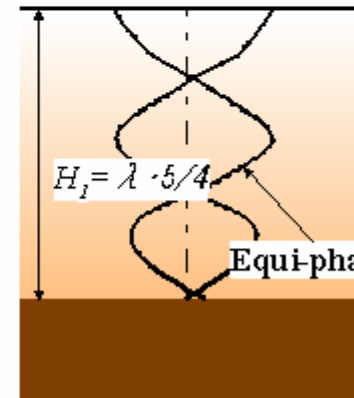
$$T_1 = \frac{4H}{V} = 4H \cdot \frac{1}{\sqrt{G/\rho}}$$



Secondary Mode

2次モード

$$f_2 = \frac{3}{4} \frac{V}{H} = 3f_1$$



Third Mode

3次モード

$$f_3 = \frac{5}{4} \frac{V}{H} = 5f_1$$

軟らかく厚いそうはゆっ  
くりゆれる

液状化すると?

G = 0

## 多層の場合

地盤の特性を現すひとつの指標として

$$T_G = \frac{\lambda_1}{V_1} + \dots + \frac{\lambda_n}{V_n} = \frac{4H_1}{V_1} + \dots + \frac{4H_n}{V_n} = \sum_{j=1}^n \frac{4H_j}{V_j}$$

$$T_G = \frac{4 \sum_{j=1}^n H_j}{V_{ave}}, \quad V_{ave} = \frac{\sum_{j=1}^n V_j H_j}{\sum_{j=1}^n H_j}$$

Vは力学的特性, Hは幾何学的特性  
は共振という条件から.



# エネルギーと増幅

## おなじみの質点の運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2} m V^2$$

↑ 質量      ↑ 運動速度

## 揺れながら進む波動の運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2} \rho \cdot V_s \cdot \omega^2 \cdot |A|^2$$

↑ 波の長さ(質量)      ↑ 運動速度

ゆれの振幅

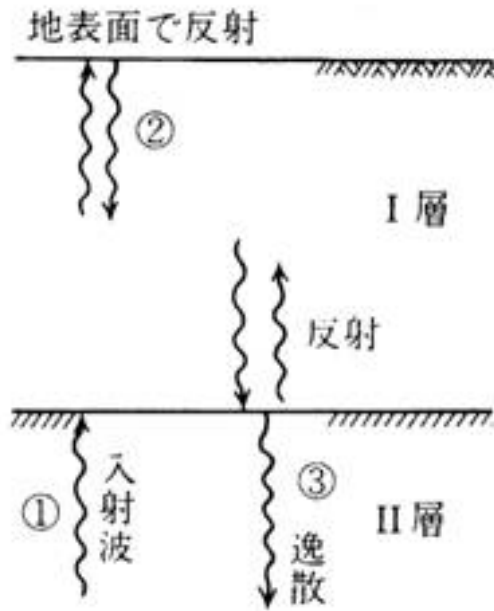


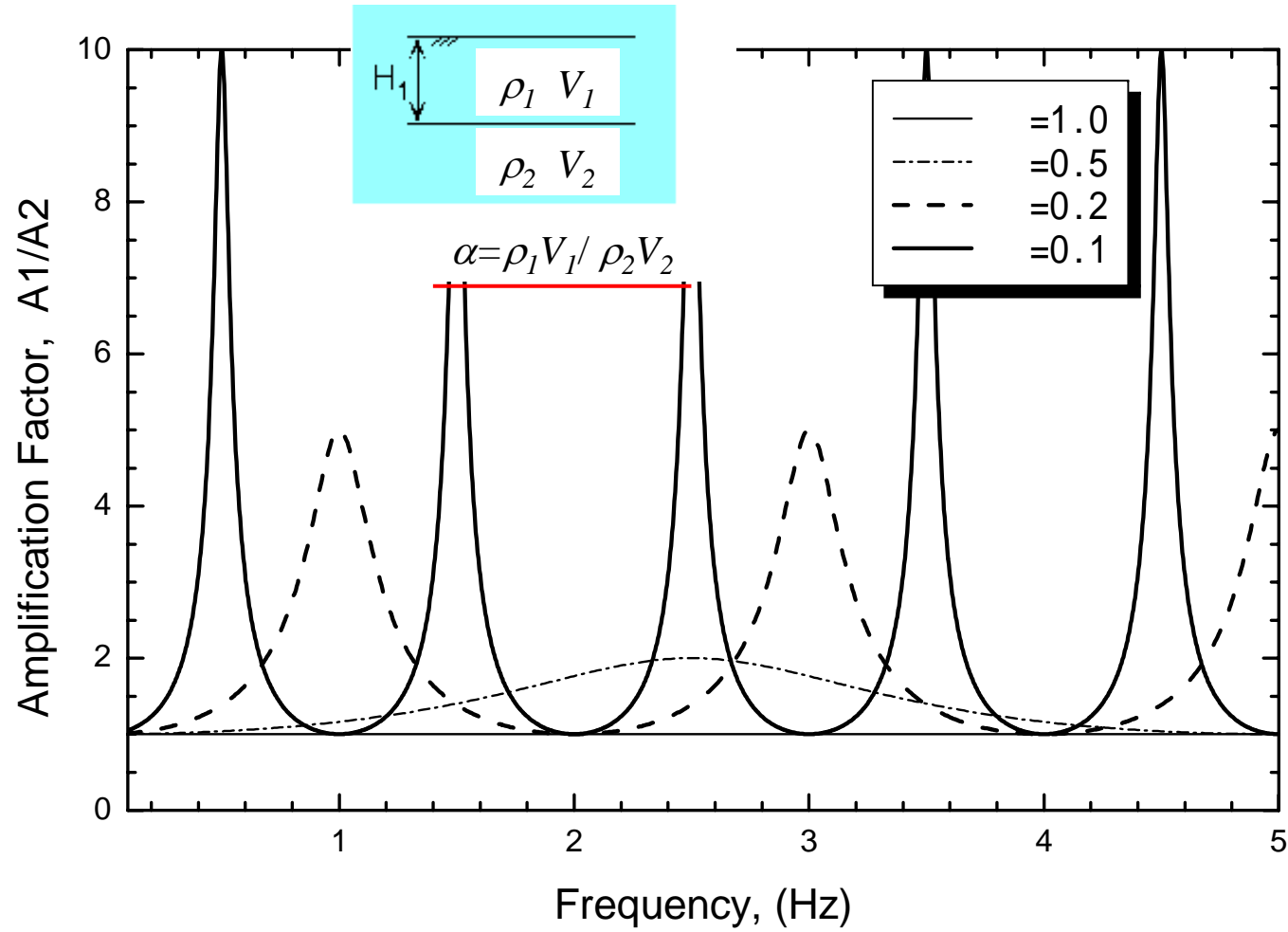
図-25 逸散減衰の概念

「やさしい土質力学  
原理」地盤工学会

Eが保存されるとき, 例えば軟らかい層(Gが低くVsが小さい層)に入射するとゆれの振幅Aは大きくなる 海の波...(深さと波高)



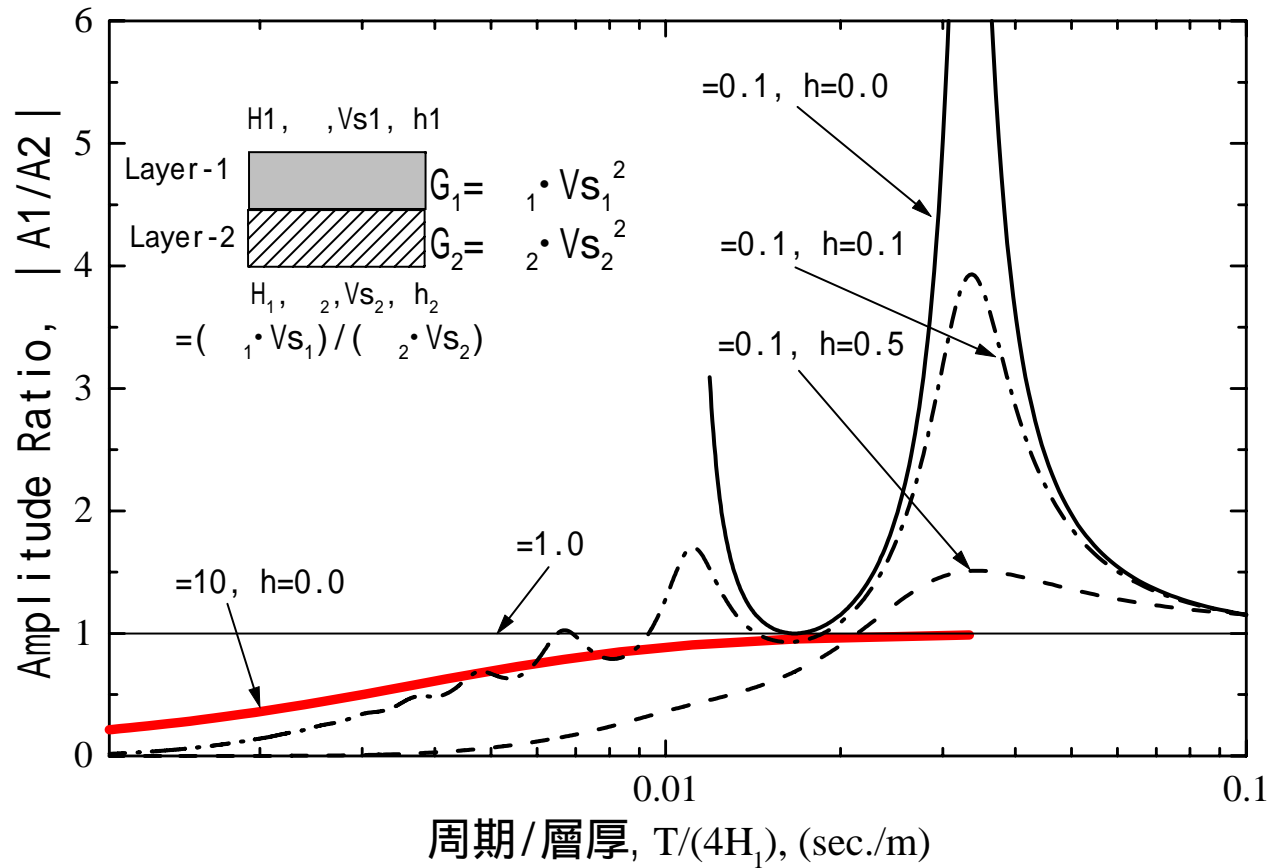
# 重複反射の計算例(1)



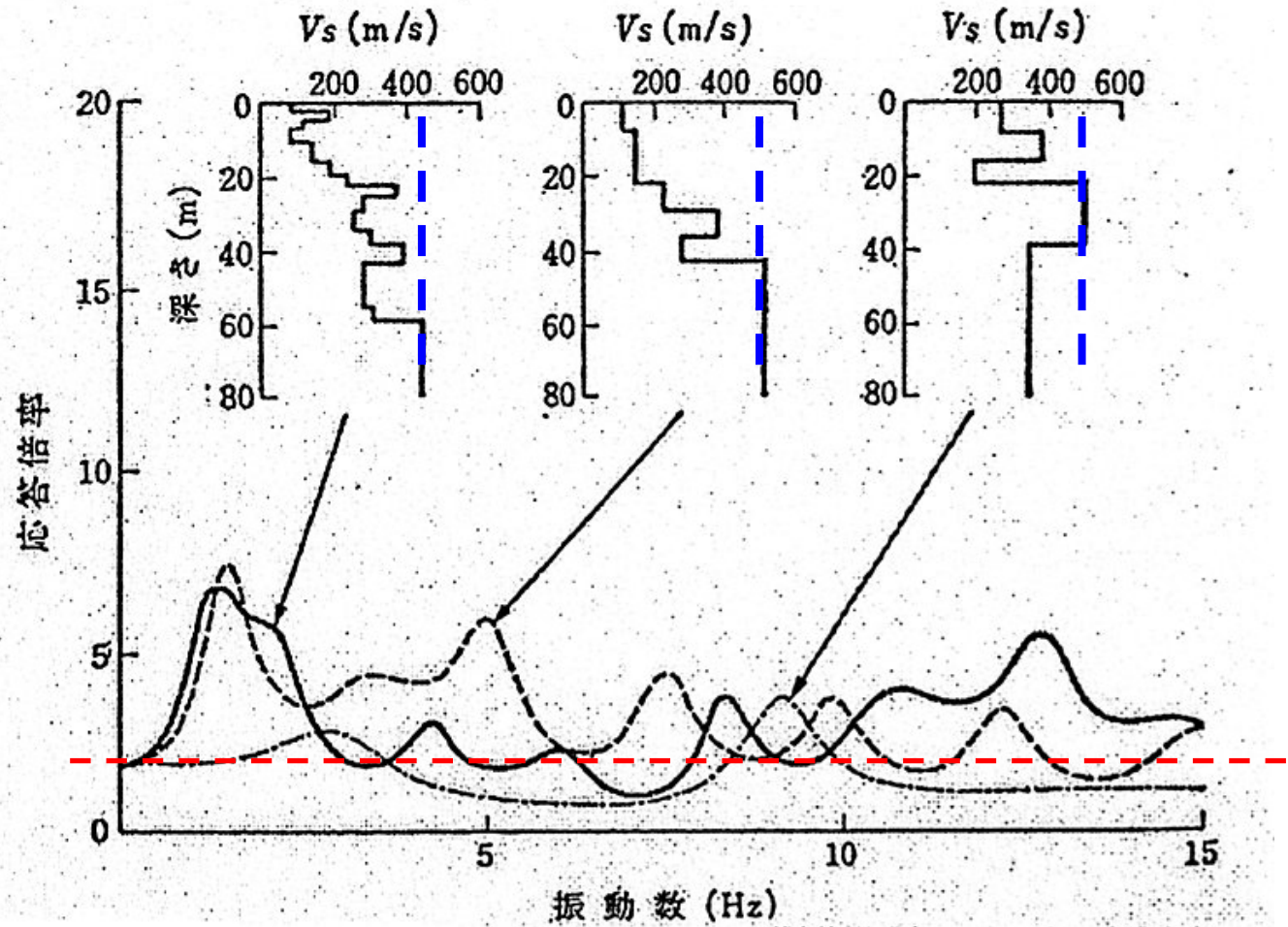


# 重複反射の計算例(2)

重複反射理論 による増幅率とインピーダンス比



# 重複反射の計算例(3)





# 応答スペクトル

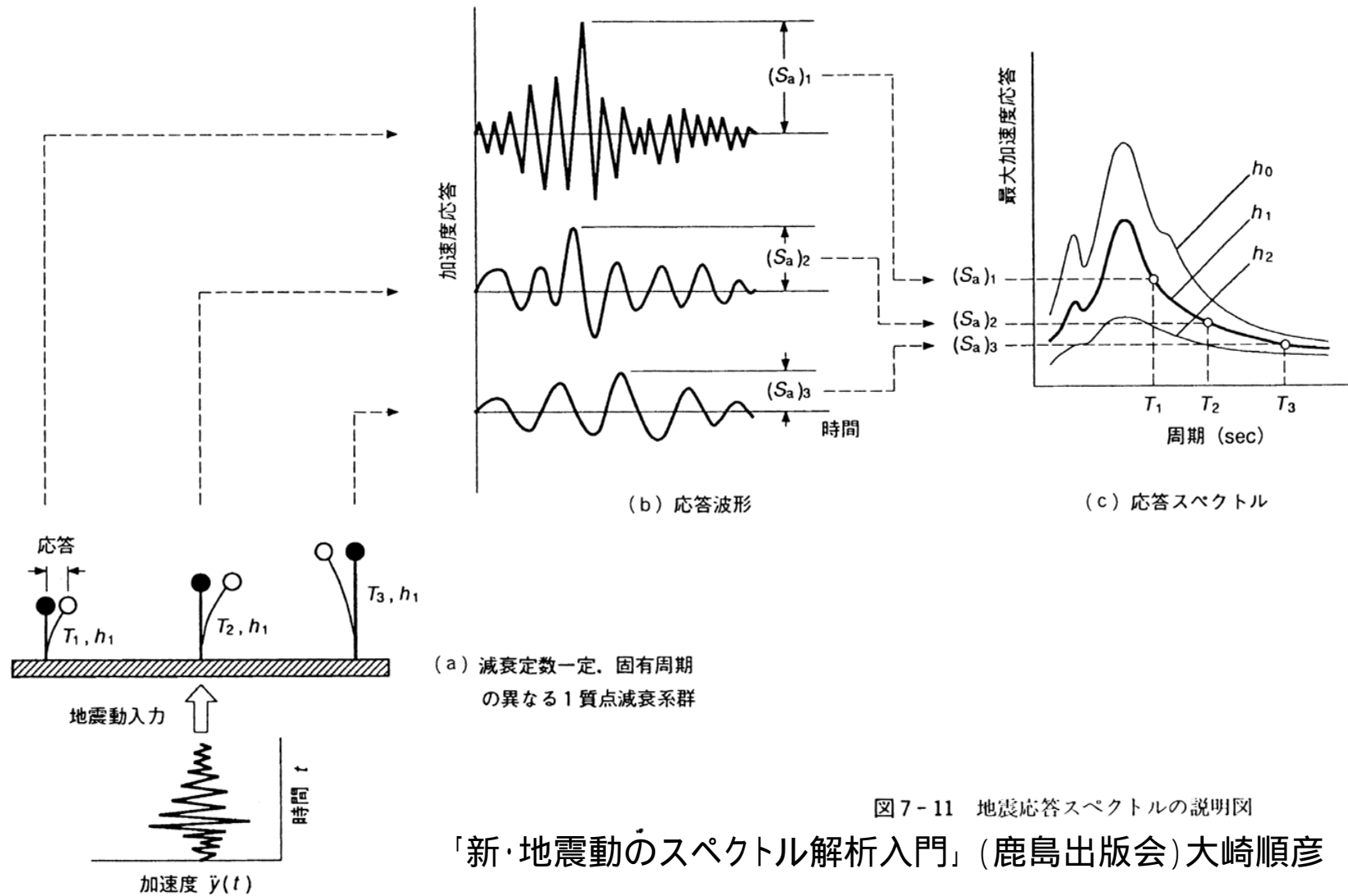


図7-11 地震応答スペクトルの説明図

「新・地震動のスペクトル解析入門」(鹿島出版会)大崎順彦



# 応答スペクトル同士の関係

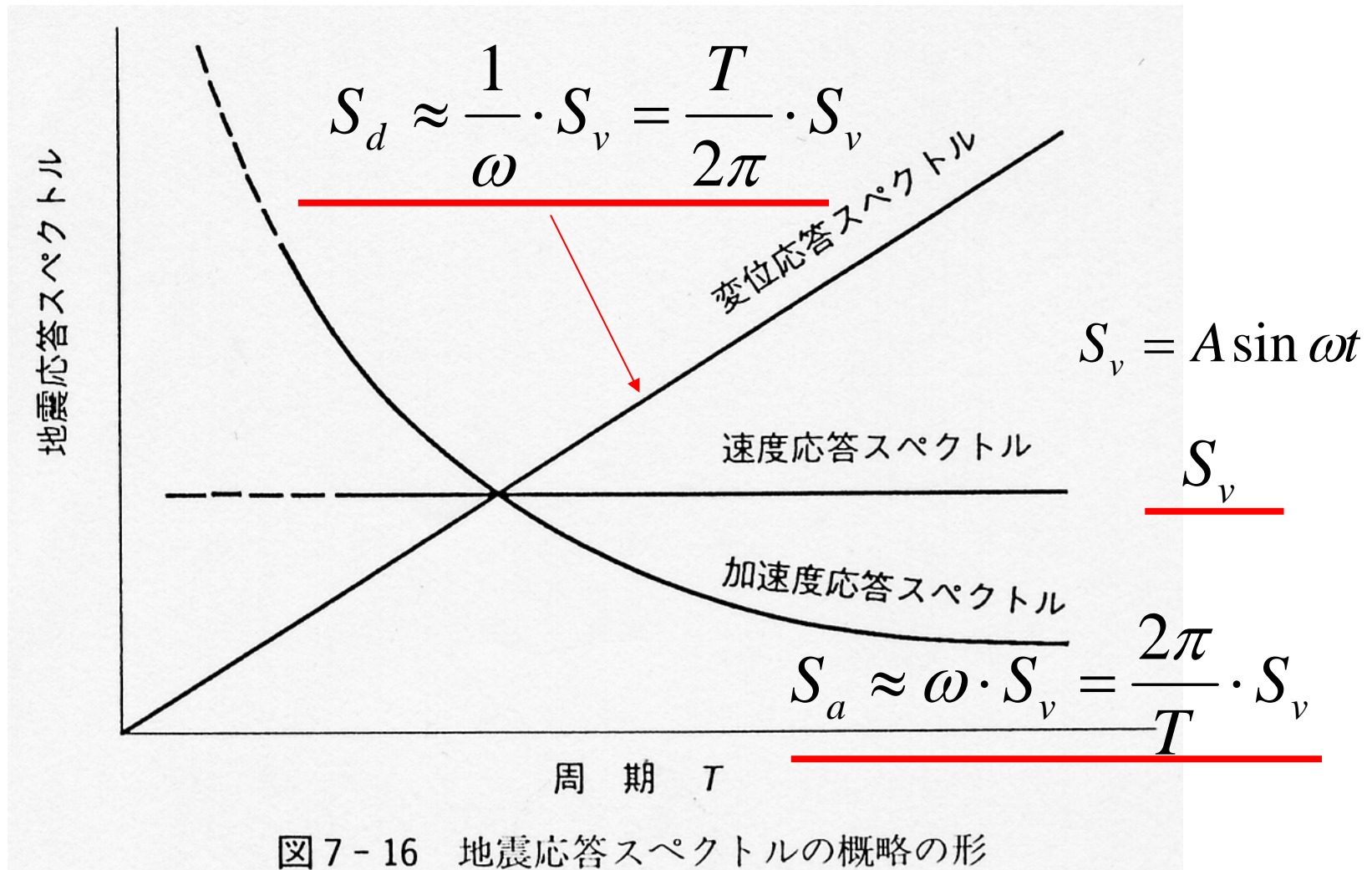
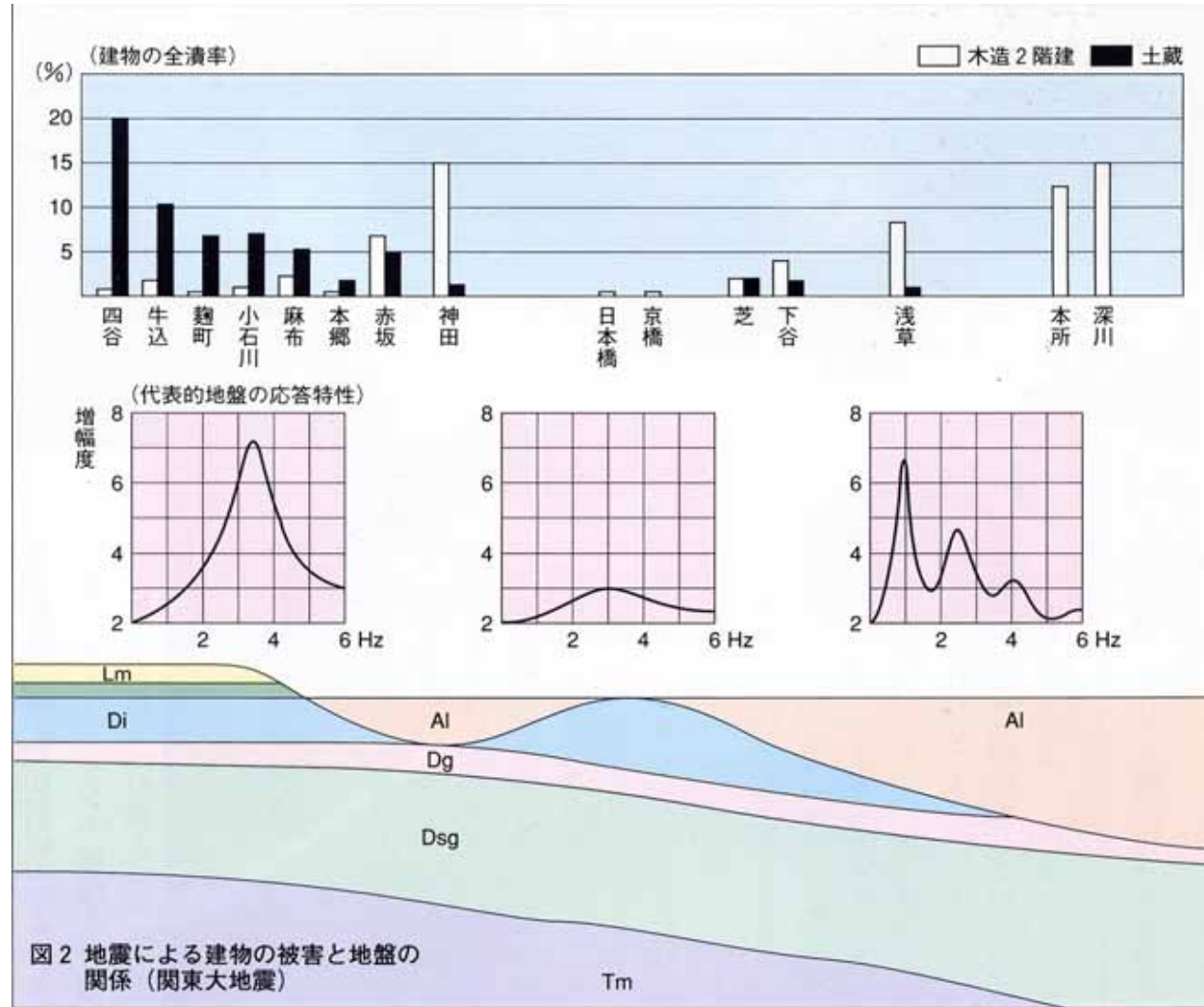
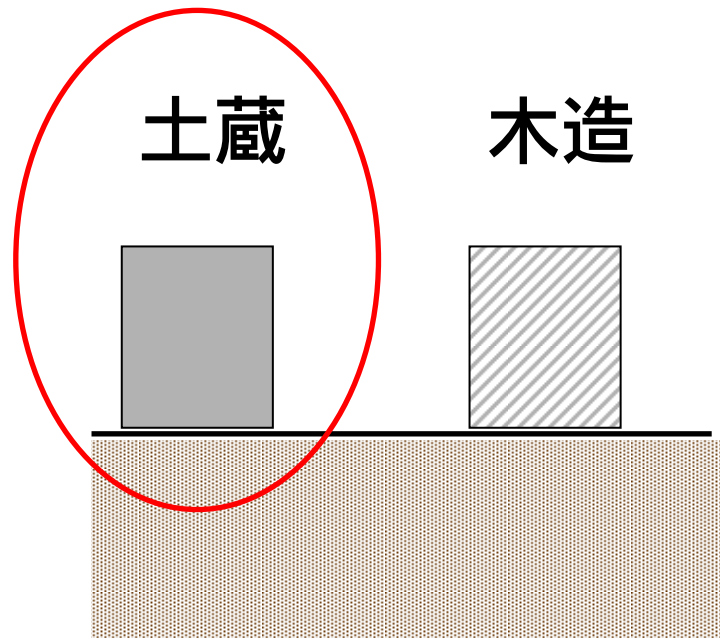


図7-16 地震応答スペクトルの概略の形

# 日本に高層ビルがたつようになった理由？



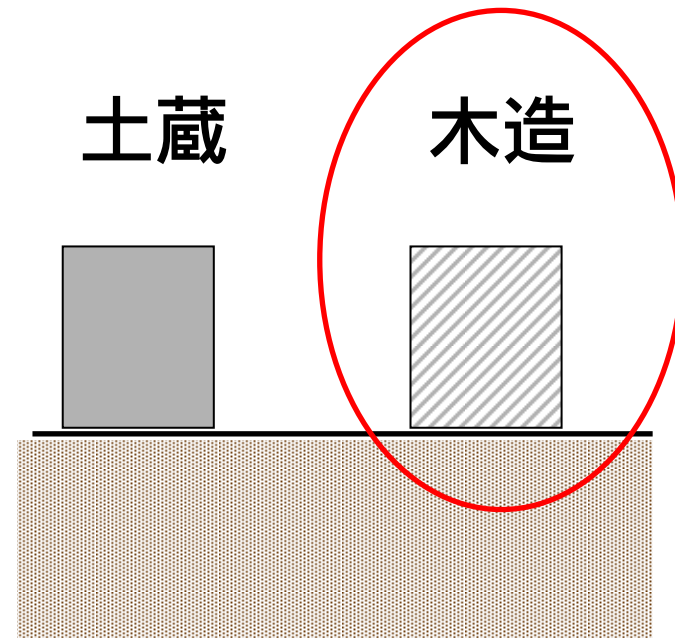
# 高層ビルはどこに建てるか？



土蔵

木造

硬い地盤



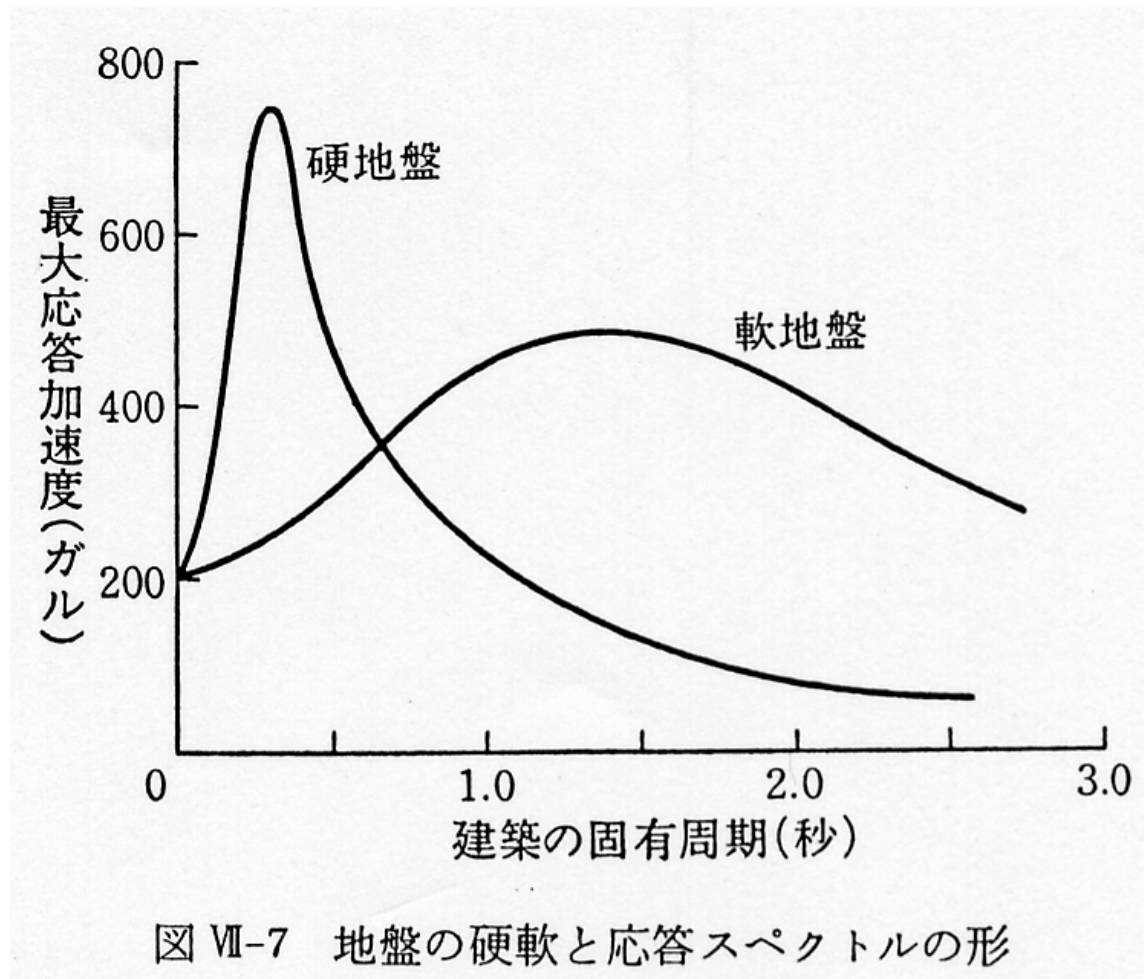
土蔵

木造

軟らかい地盤



# 進行性 . . .





# 破壊の連鎖： 良い地盤はいい

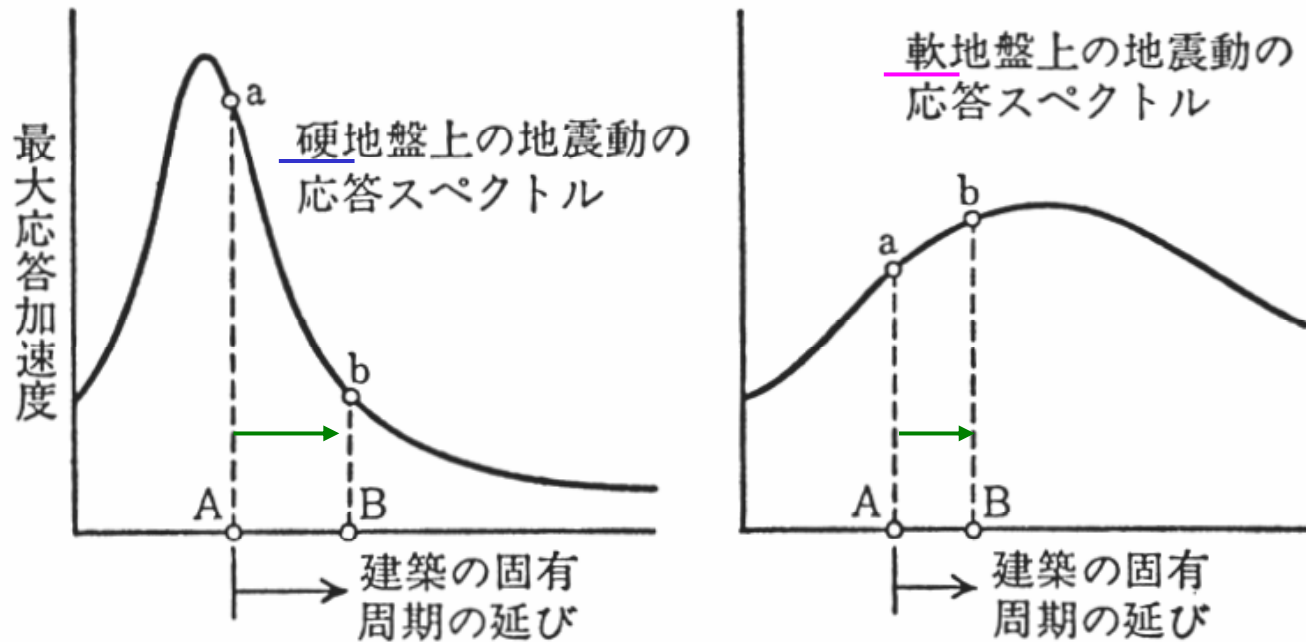
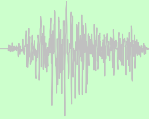


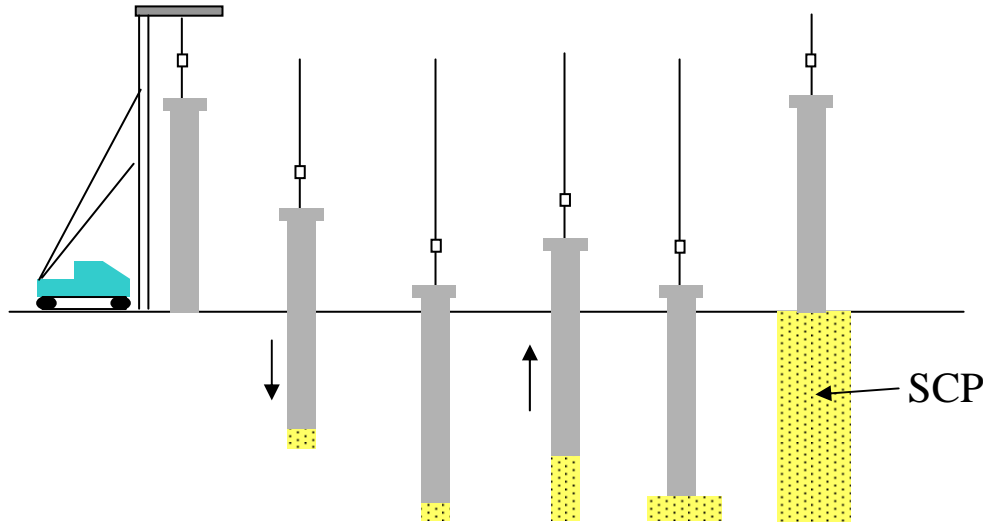
図 VII-9 固有周期の延びと作用する力の変化



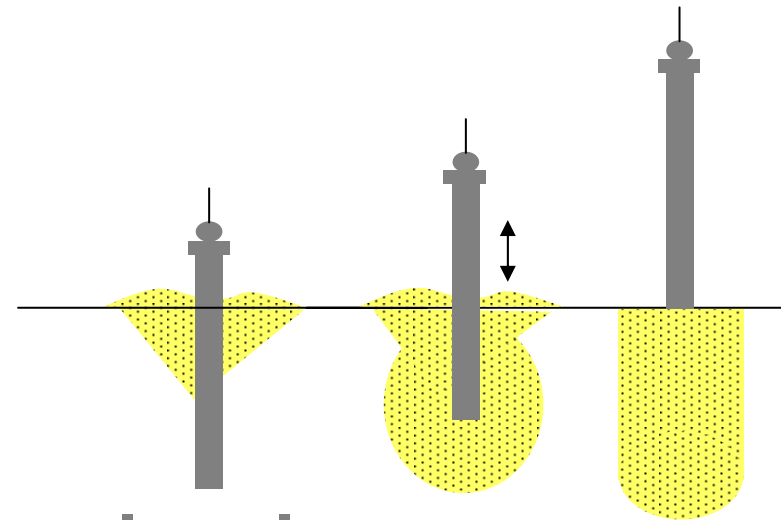
## 5. 現地調査結果にみる 地盤の動的特性 (液状化対策前後の地盤の特性の変化 なども含む)

# 液状化対策工法のいろいろ

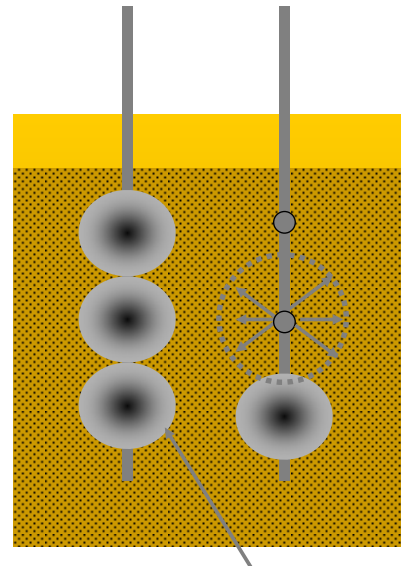
SCP工法: 締固め



ロッドコンパクション: 締固め



薬液注入, 固化処理

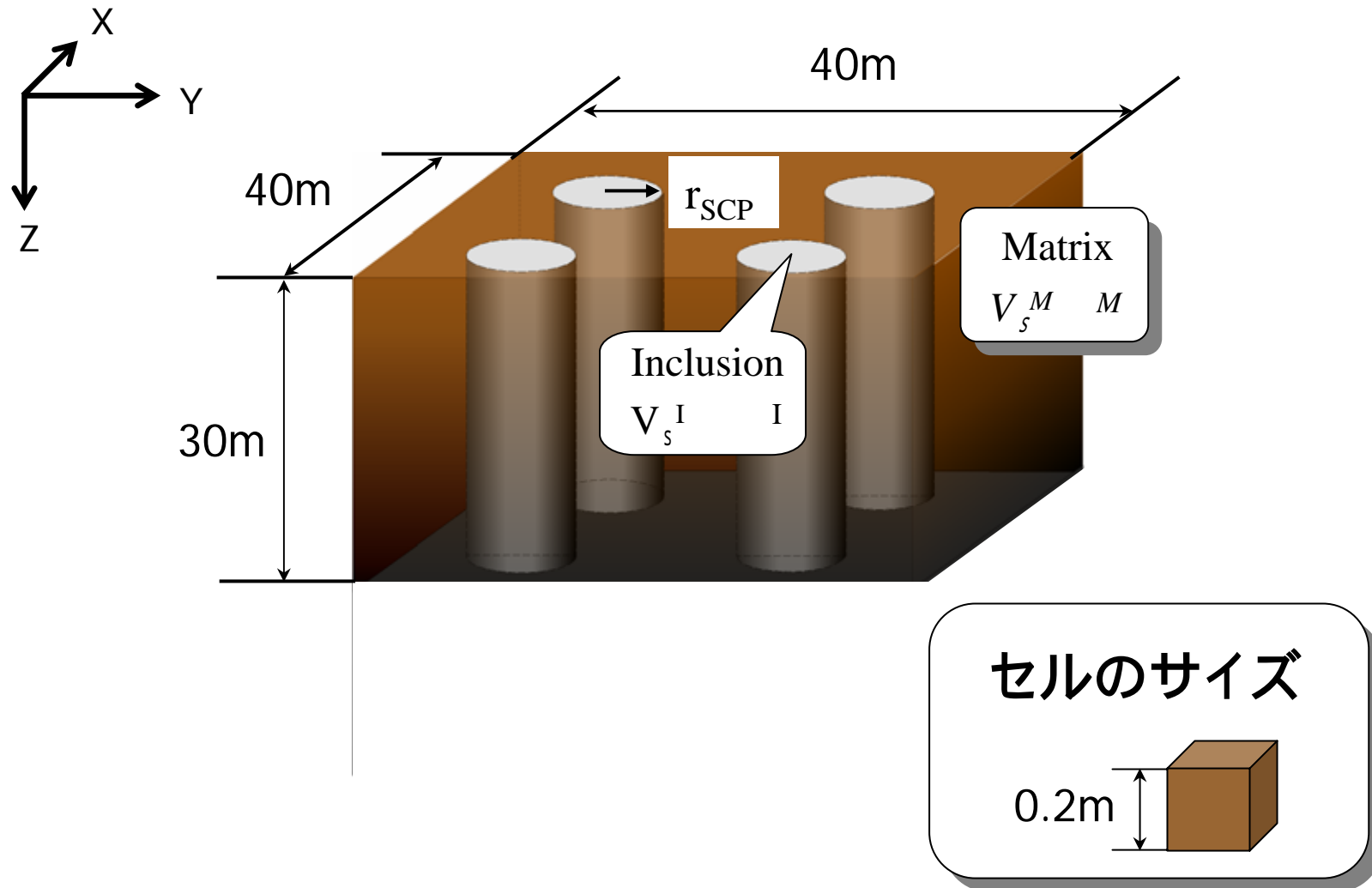




# 差分の計算例

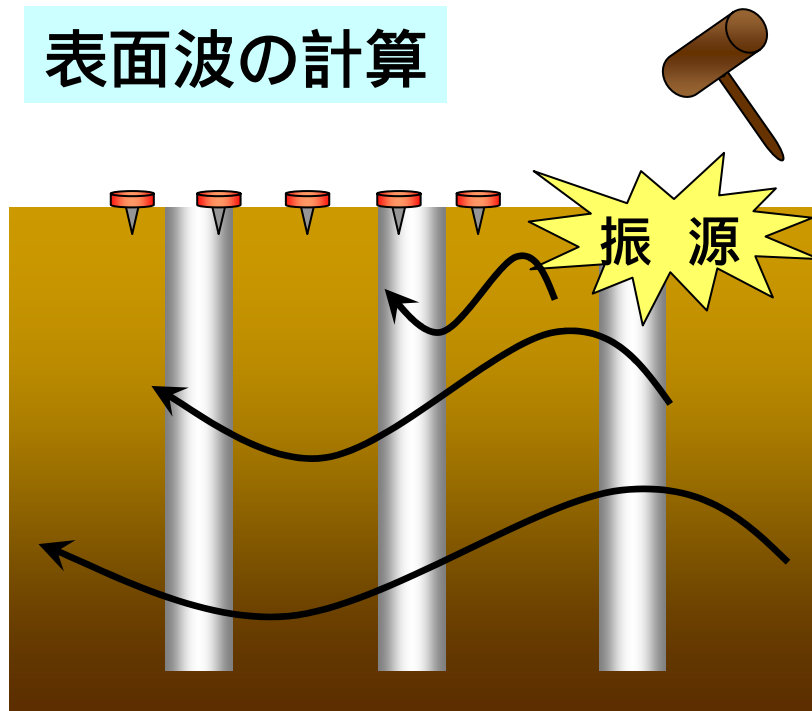


# 差分法による三次元粘弾性波動場解析

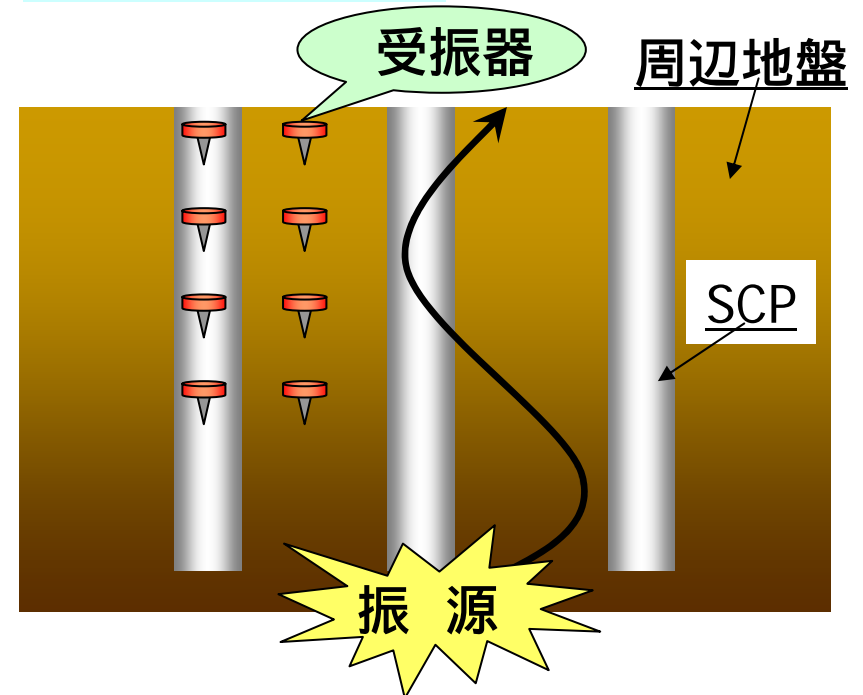


# 実体波と表面波三次元波動場解析 (振源と受信点)

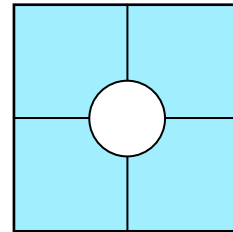
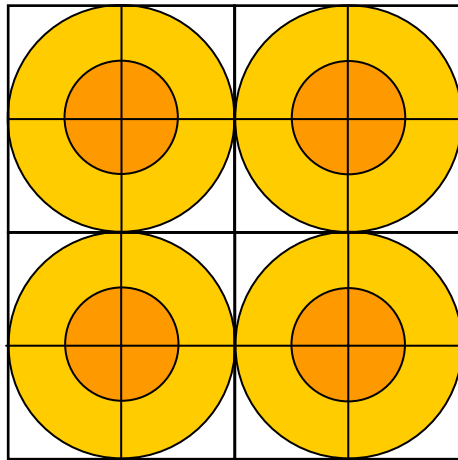
表面波の計算



実体波の計算



# 差分法による表面波伝播結果



$$V_S^M = 100(m/s)$$

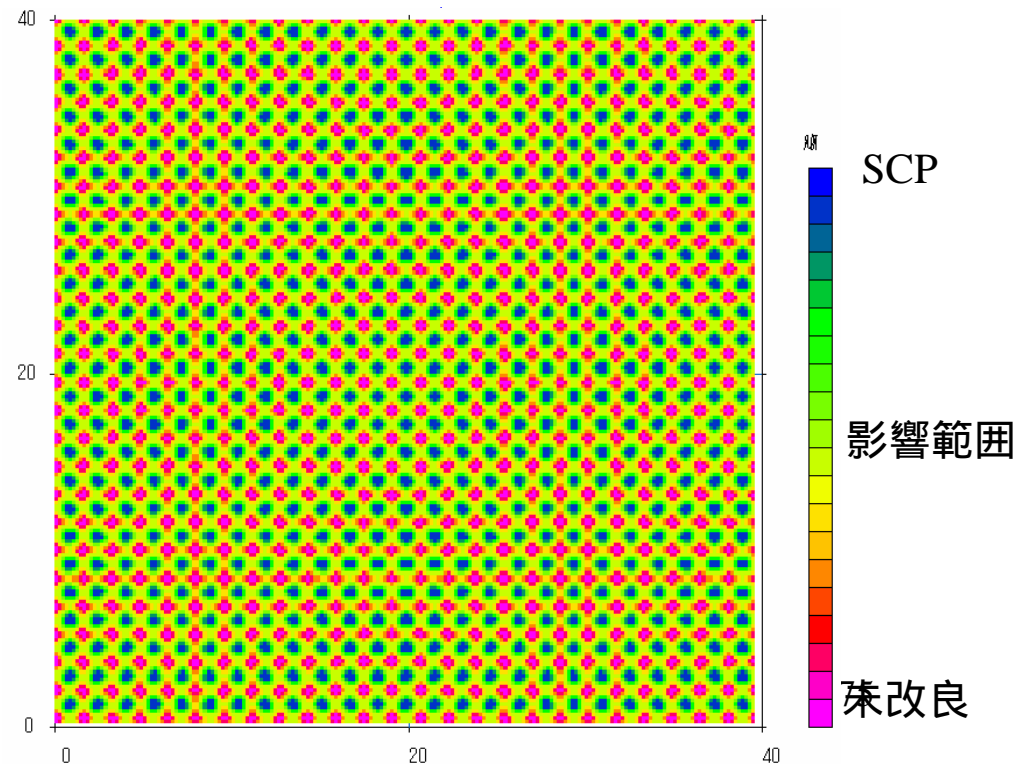
$$\text{● } V_S^{I1} = 300(m/s)$$

$$a_s = 20\%$$

約  $\frac{1}{25}$  倍速で再生

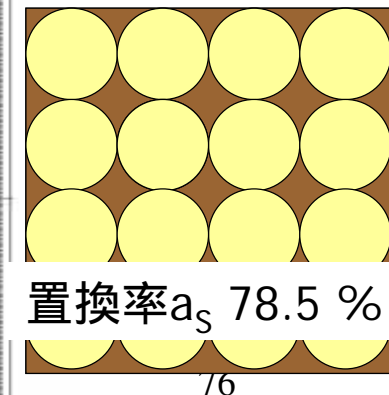
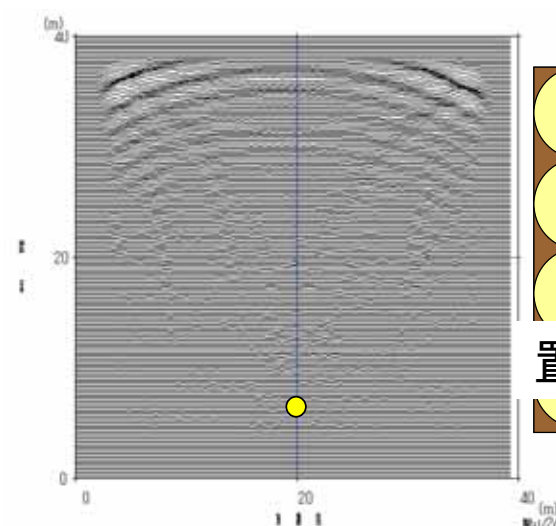
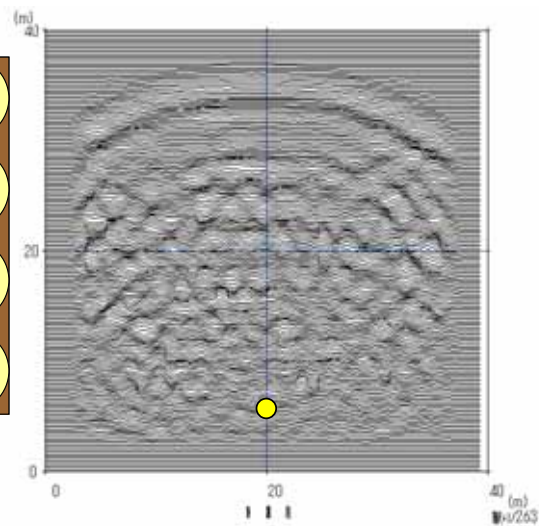
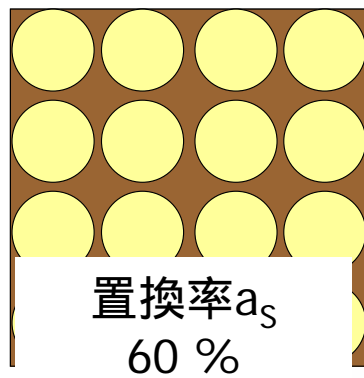
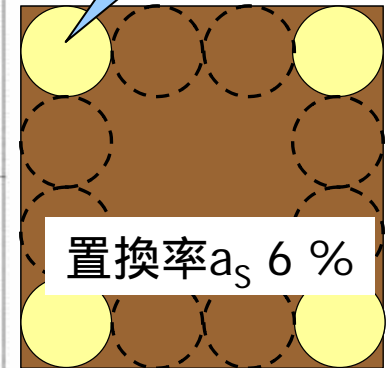
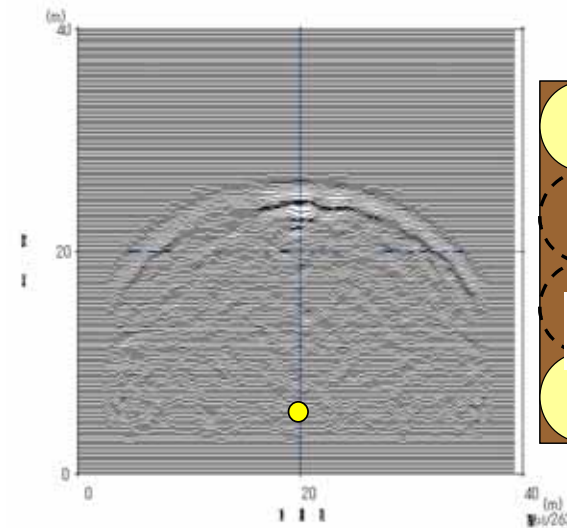
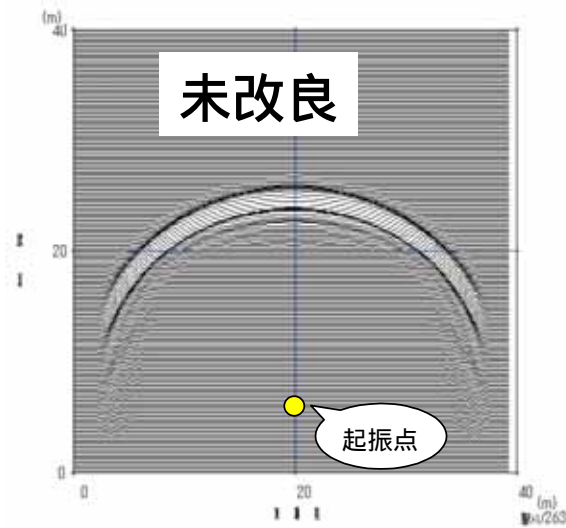
影響範囲をSCP径の2倍にする場合

置換率が20%で影響範囲が近接した状態になり、より不均質な状態になる





# 地表面の波動 (at 221.9sec)





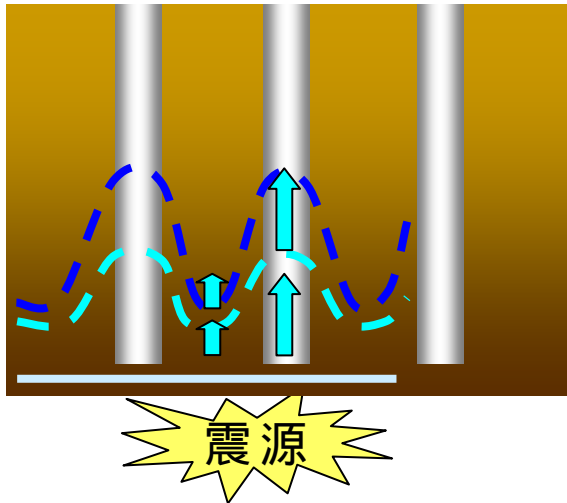
# 差分法による実体波伝播結果

$$V_s^M = 100(m/s)$$

$$V_s^{I1} = 300(m/s)$$

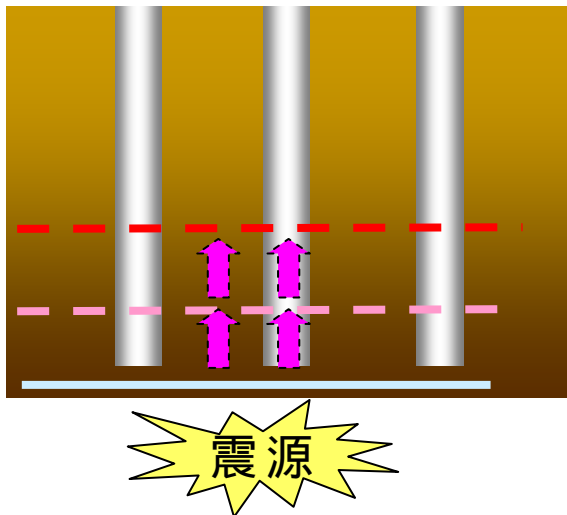
$$a_s = 20\%$$

約  $\frac{1}{25}$  倍速で再生



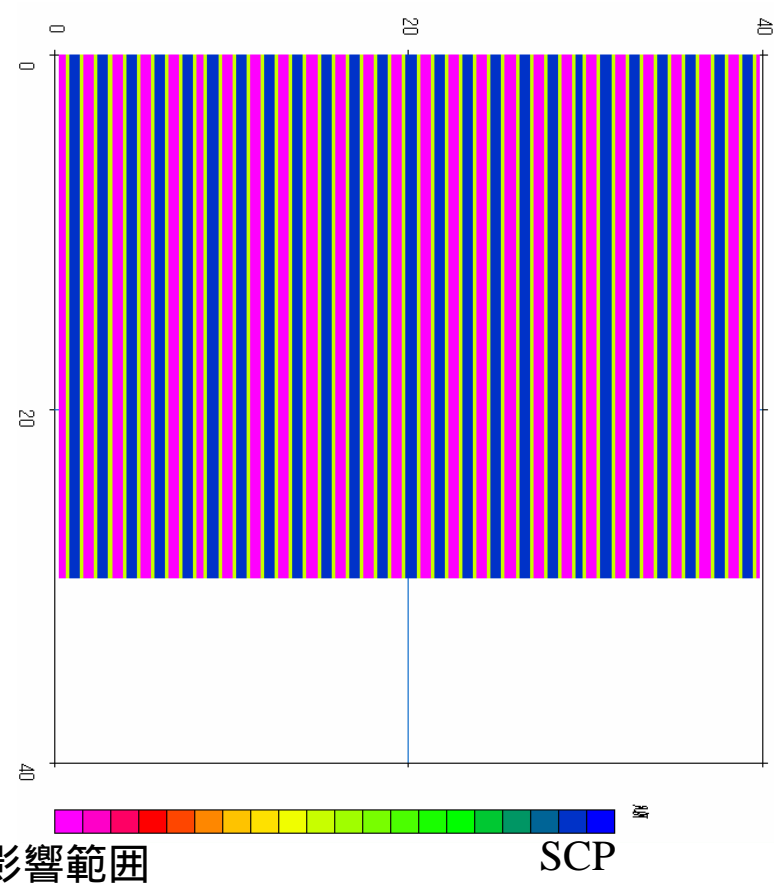
相互作用の考慮

なし

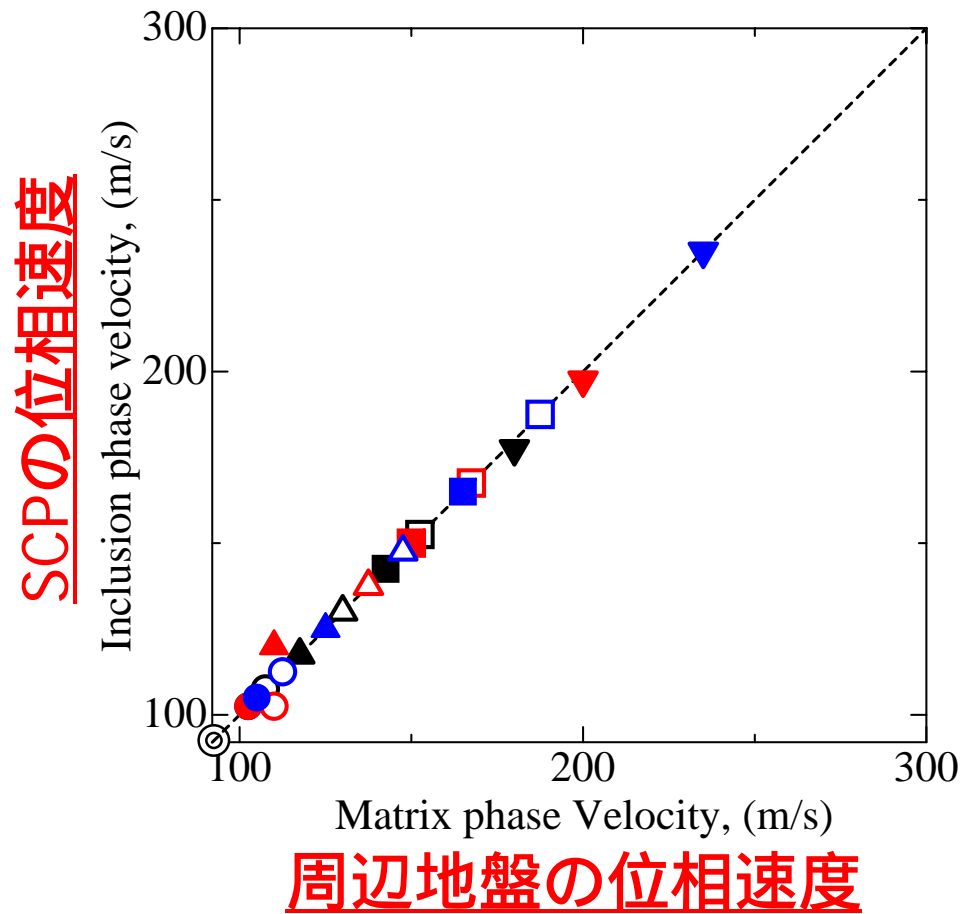


相互作用の考慮

あり



# SCPと周辺地盤に伝わる位相速度の比較



## 解析条件

	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 220m/sec	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 250m/sec	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 300m/sec
$a_s$ 0 %	◎	◎	◎
$a_s$ 6 %	●	●	●
$a_s$ 12.5 %	○	○	○
$a_s$ 25 %	▲	▲	▲
$a_s$ 40 %	△	△	△
$a_s$ 50 %	■	■	■
$a_s$ 60 %	□	□	□
$a_s$ 78.5 %	▼	▼	▼

低

置換率

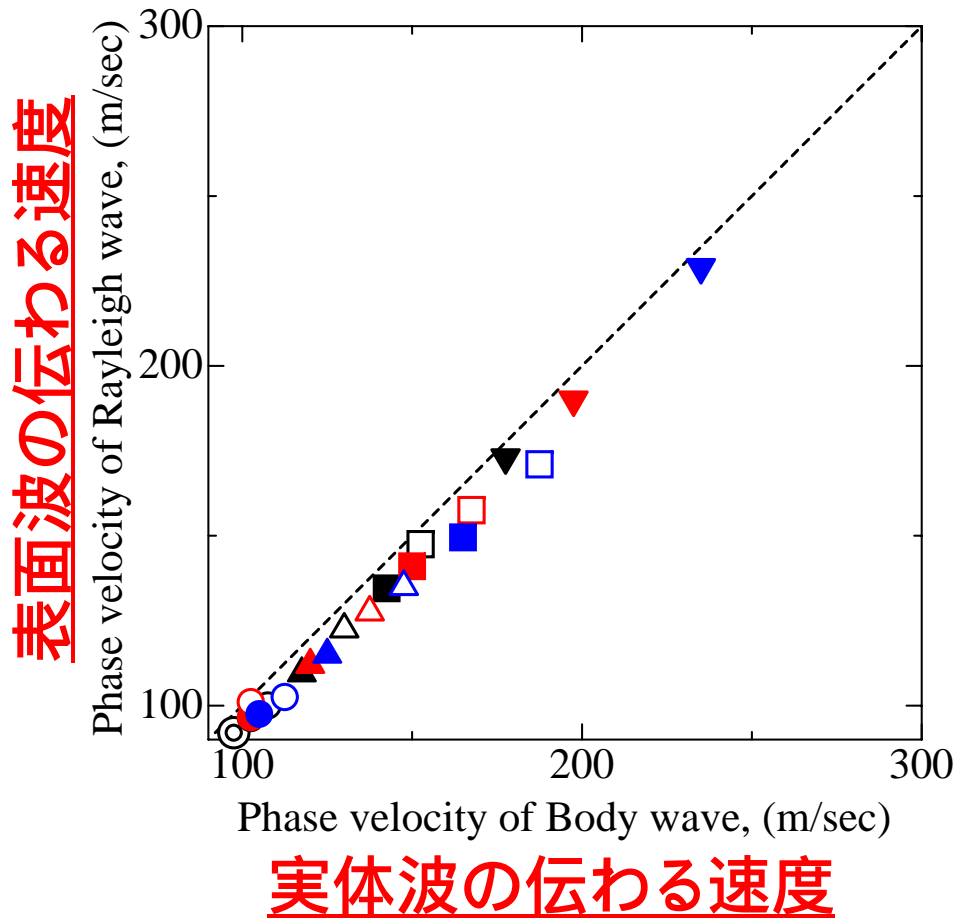
高

小 ← → 大

剛性比

78

# 表面波（Rayleigh波）による計算結果 と実体波による計算結果の比較



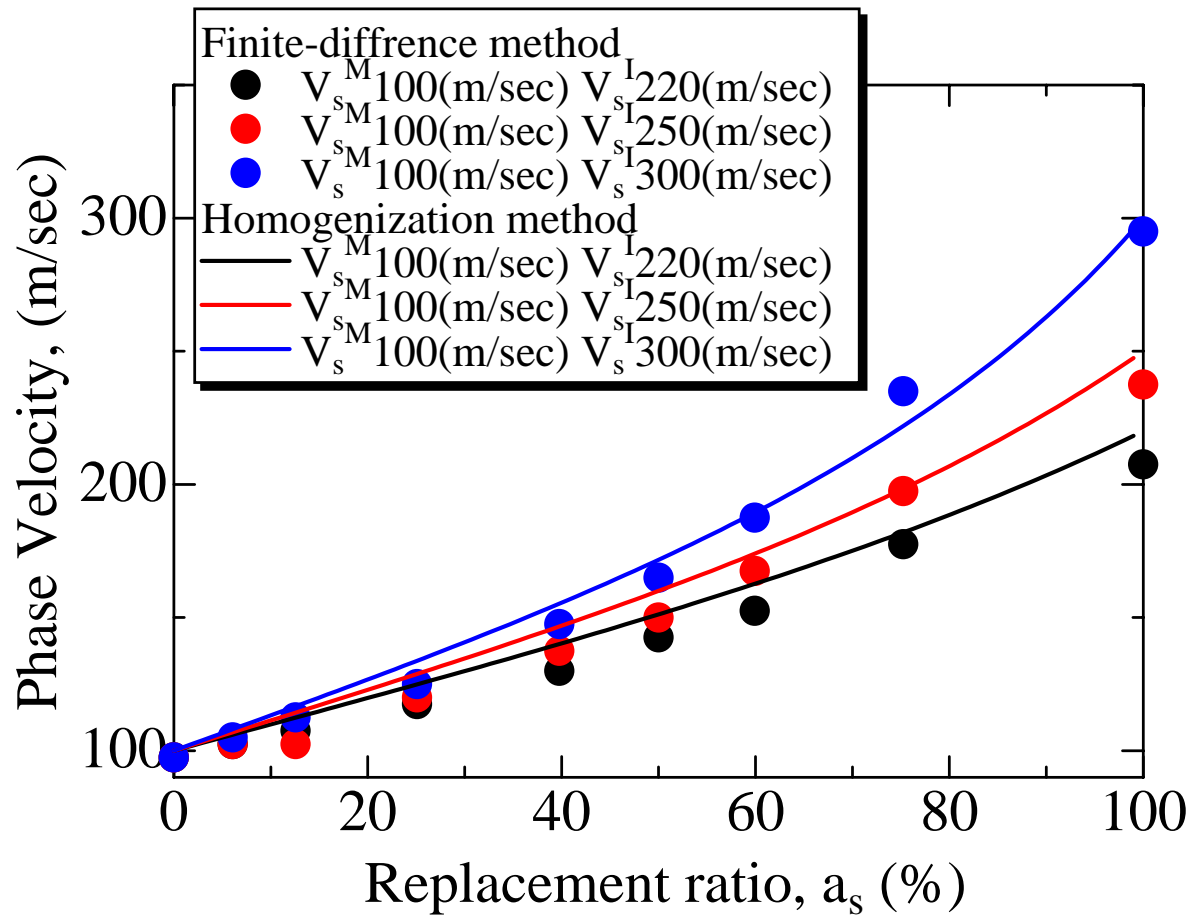
## 解析条件

	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 220m/sec	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 250m/sec	$V_s^M$ : 100m/sec $V_s^I$ : 300m/sec
$a_s$ 0%	◎	◎	◎
$a_s$ 6%	●	●	●
$a_s$ 12.5%	○	○	○
$a_s$ 25%	▲	▲	▲
$a_s$ 40%	△	△	△
$a_s$ 50%	■	■	■
$a_s$ 60%	□	□	□
$a_s$ 78.5%	▼	▼	▼

↑ 低  
 置換率  
↓ 高

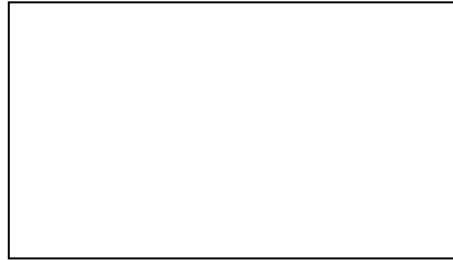
小 ← → 大  
 剛性比

# 差分法解析による位相速度と 均質化法による理論計算結果の比較

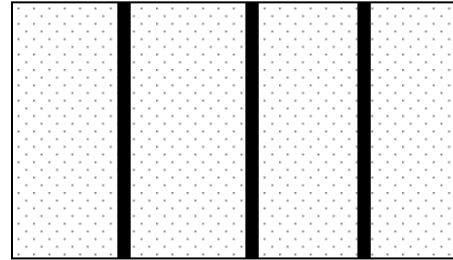




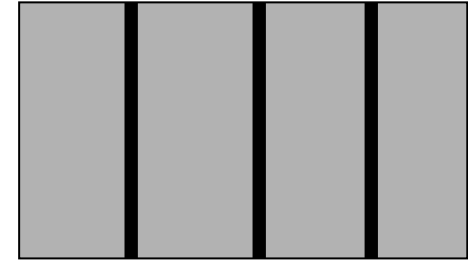
# 複合地盤の効果



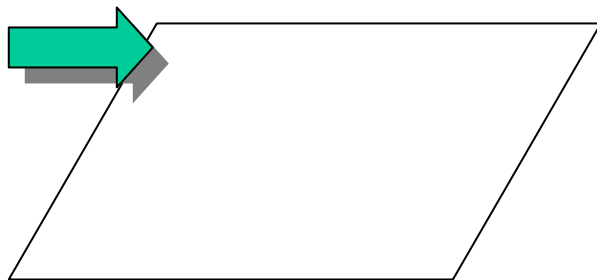
もとの地盤  
(絹豆腐)



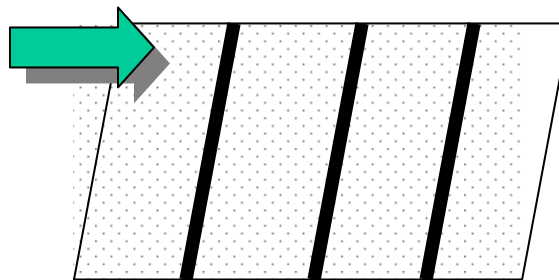
改良体と密度増加  
のみ(硬い棒と木綿  
豆腐)



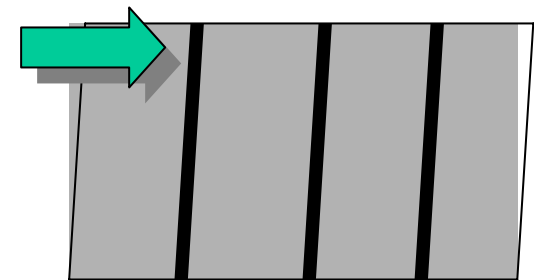
応力履歴を考慮(硬  
い棒とコンニャク)



ぐにゅぐにゅ



ぷるん



プリプリ



# 調査結果例

# 現場での地盤調査

## 調査方法

- ・ 常時微動観測
- ・ 表面波探査
- ・ 貫入試験



## 調査地点

- ・ 港 1箇所
- ・ 空港 1箇所
- ・ 護岸 3箇所





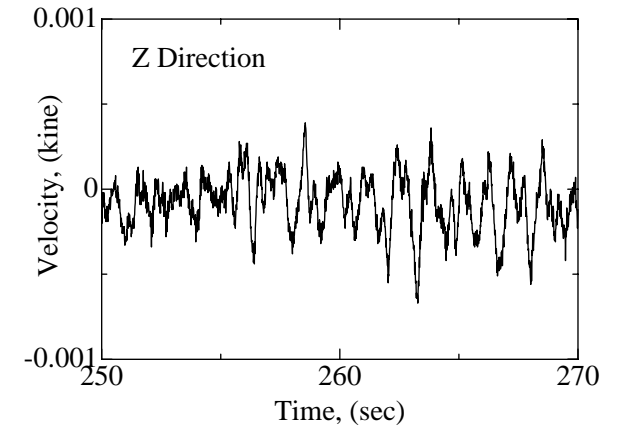
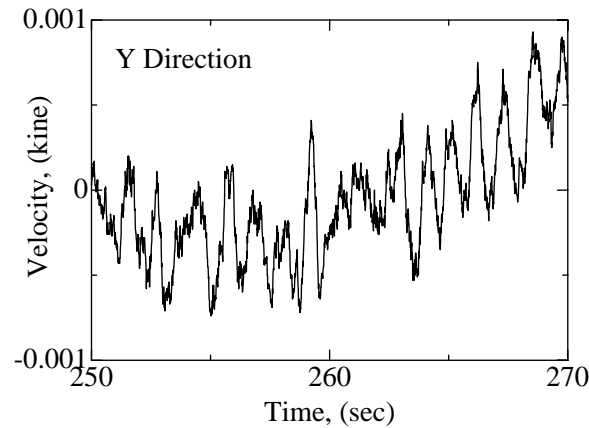
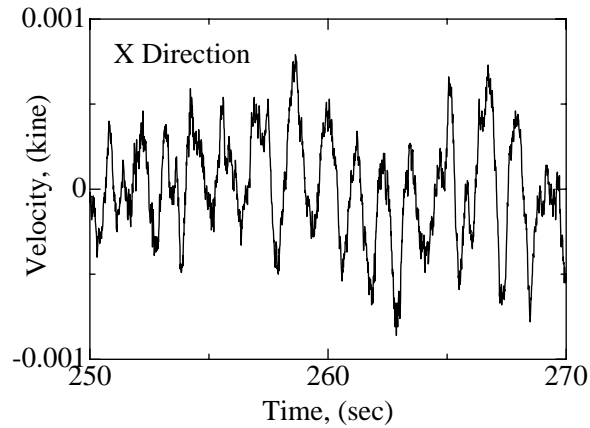
# 常時微動計測の機器



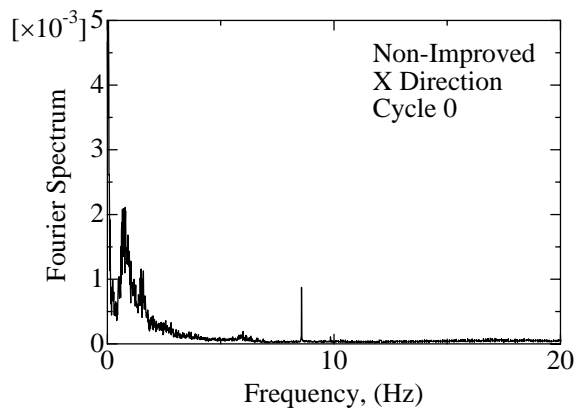


# 微動計測結果の整理

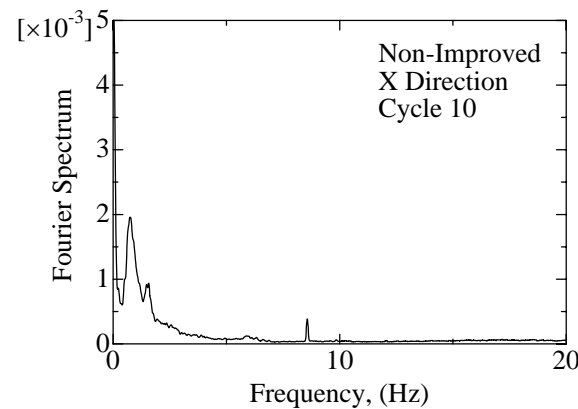
## 時刻暦



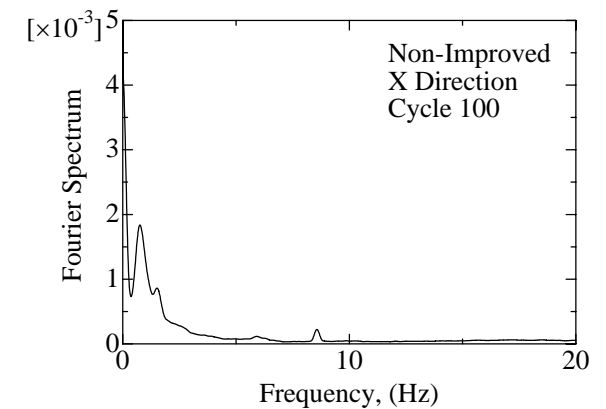
## スペクトルと平滑化



フーリエ変換より求められた  
フーリエスペクトル



10サイクルのHanning  
ウィンドウを適用

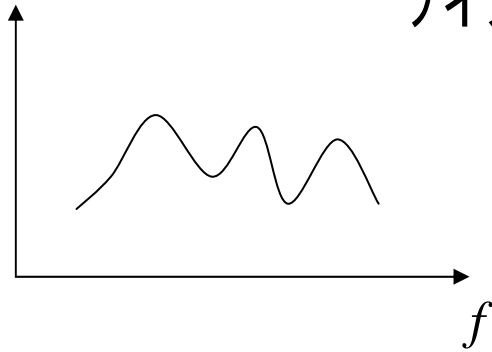


100サイクルのHanning  
ウィンドウを適用

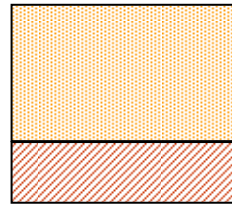


# 伝達関数

スペクトルH

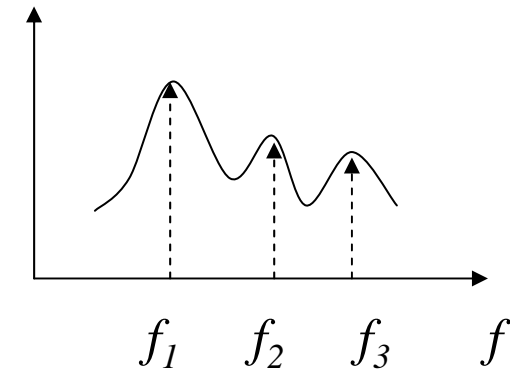


ノイズ



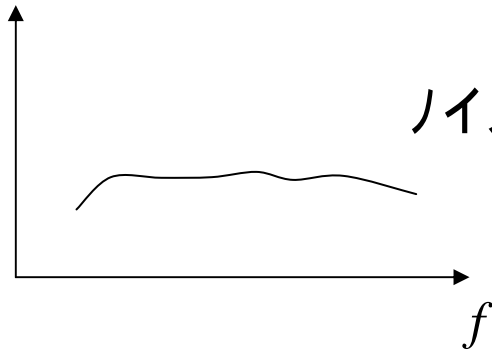
スペクトル比

$H/V$



ノイズ

スペクトルV

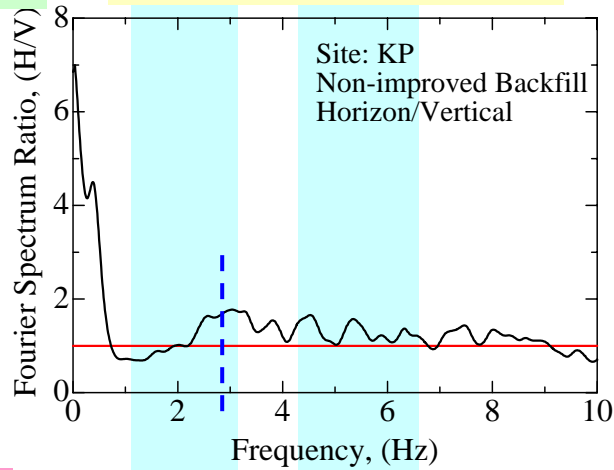


対象地盤の波の  
伝達特性

# 実際の地盤でえられたスペクトル： 地盤改良(1)

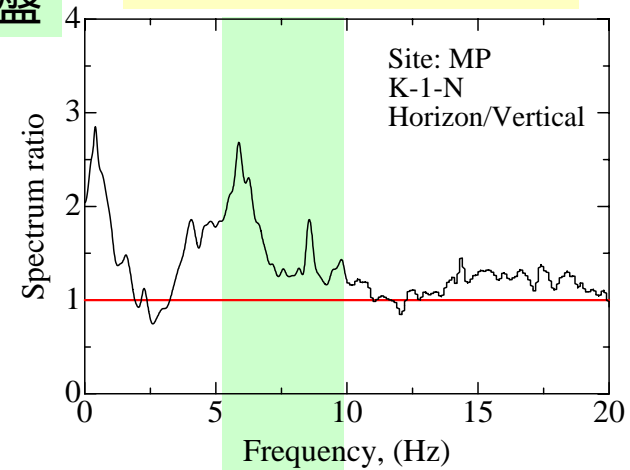
未改良地盤

水平方向と鉛直方向の  
パワースペクトル比

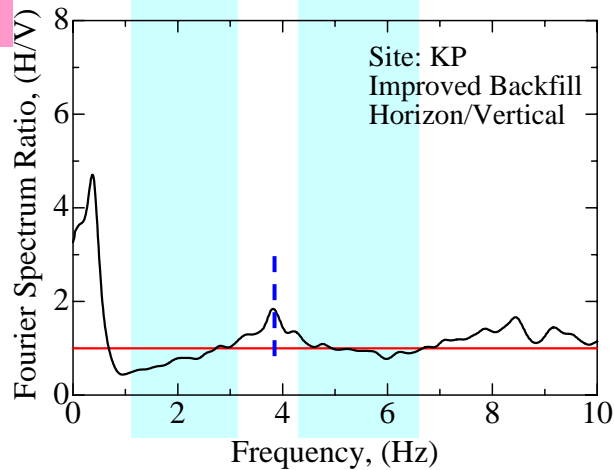


未改良地盤

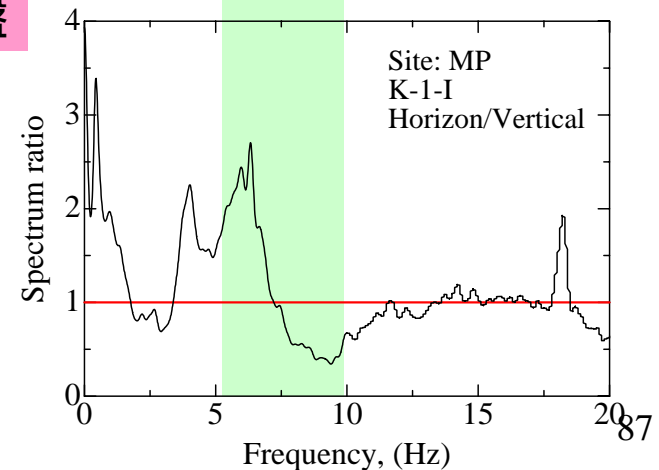
水平方向と鉛直方向の  
パワースペクトル比



改良地盤

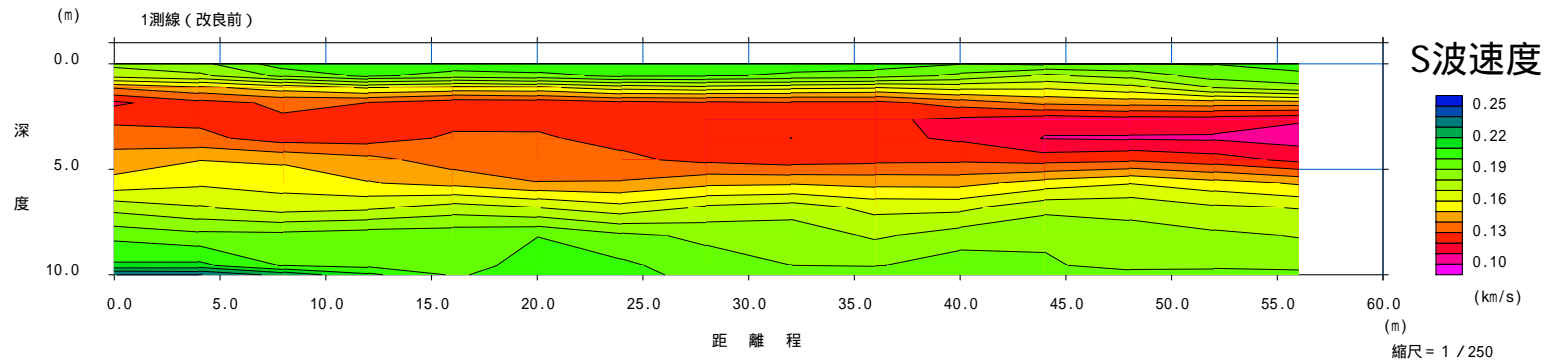


改良地盤

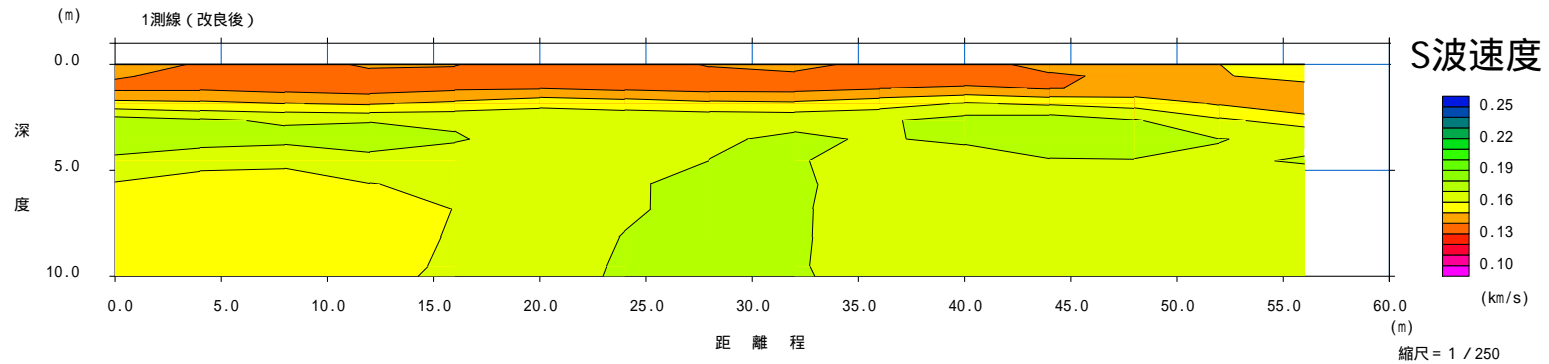


# 表面波探查解析結果 (S波速度構造)

## 改良前



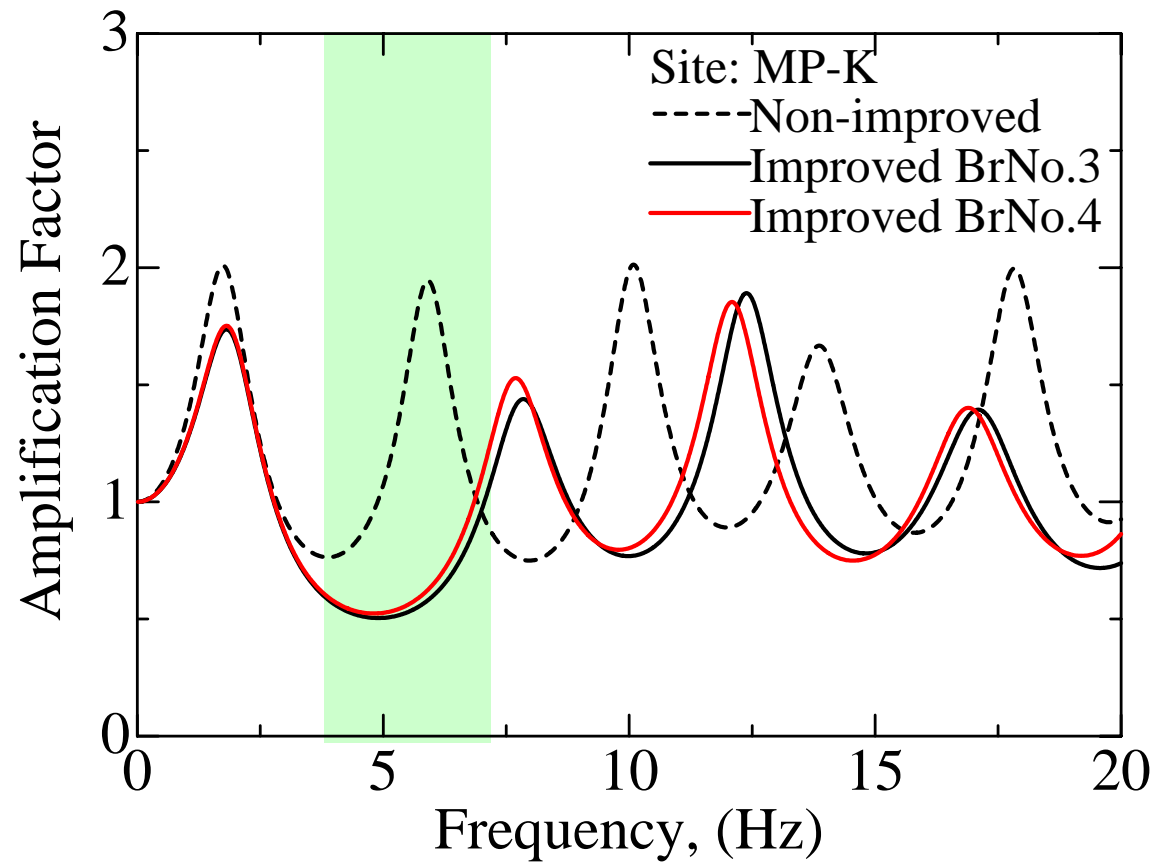
## 改良後



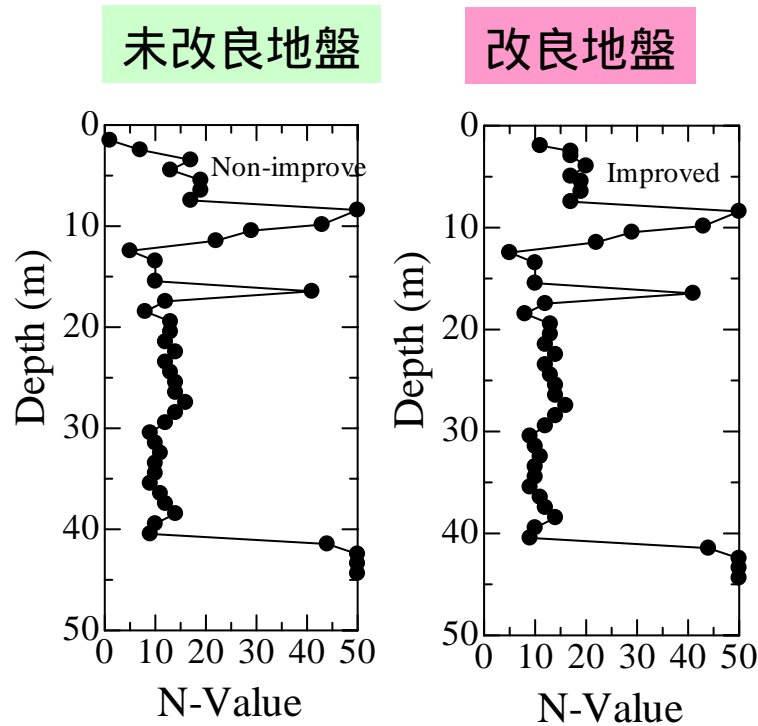




## 重複反射理論による解析結果(1)

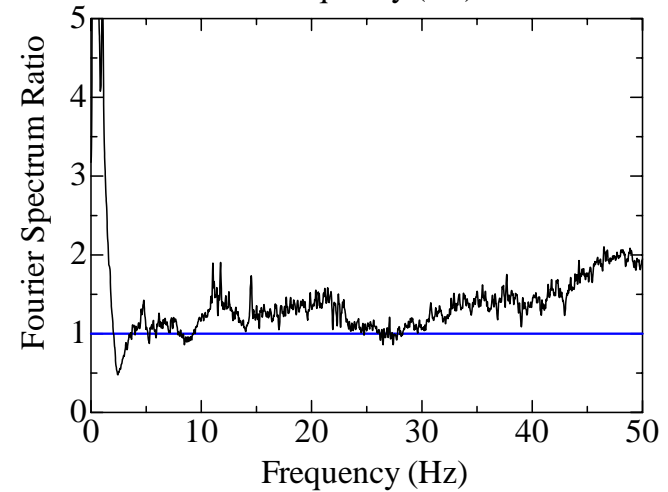
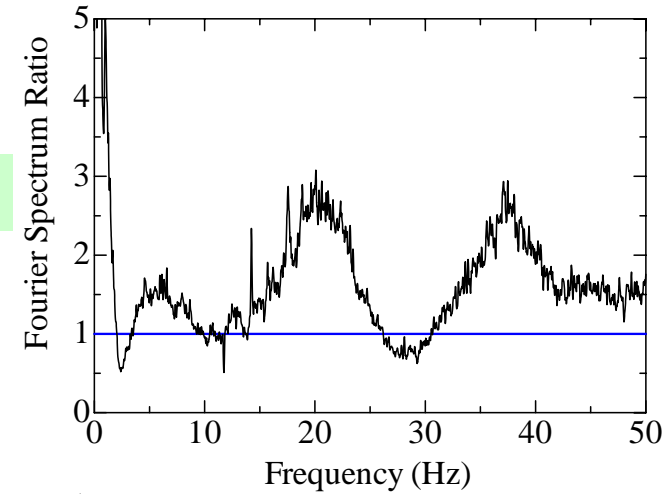


# 実際の地盤でえられたスペクトル：地盤改良(2)



未改良地盤

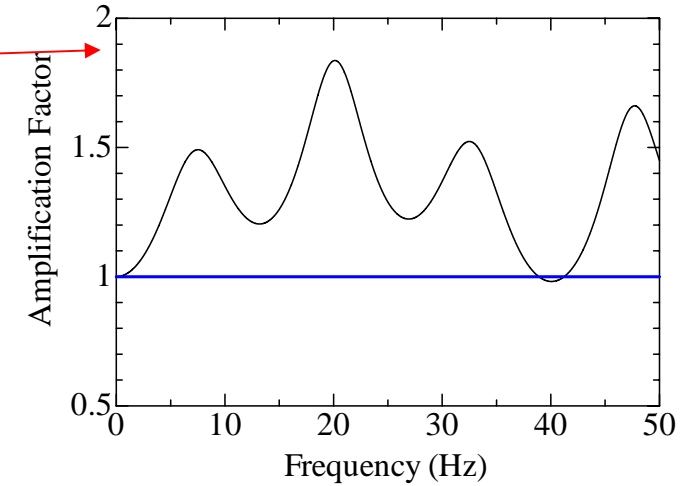
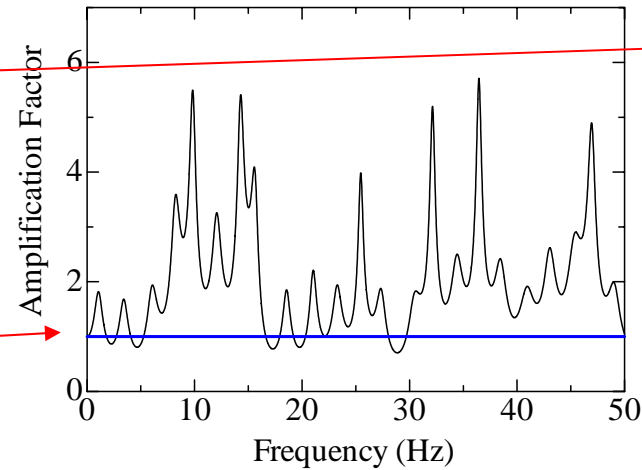
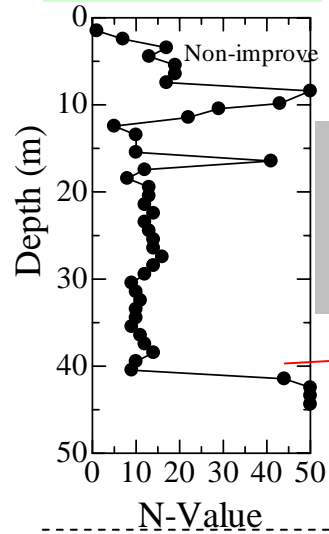
改良地盤



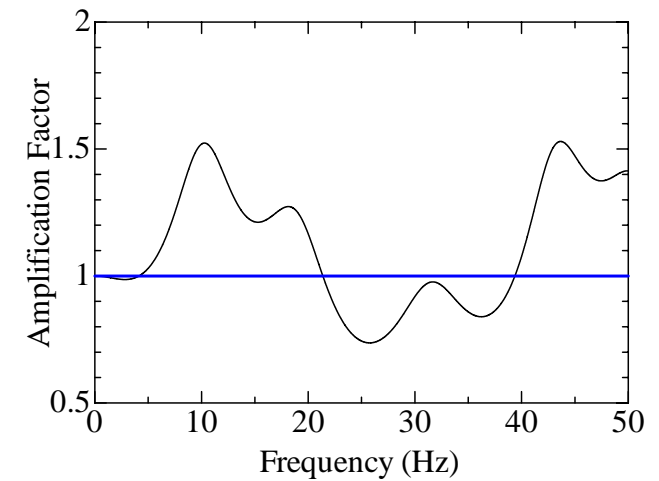
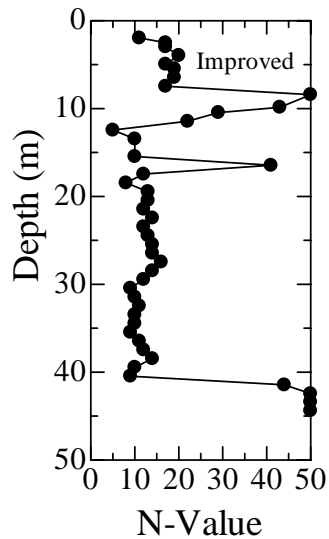
水平方向と鉛直方向のパワースペクトル比

# 重複反射理論による解析結果(2)

## 未改良地盤

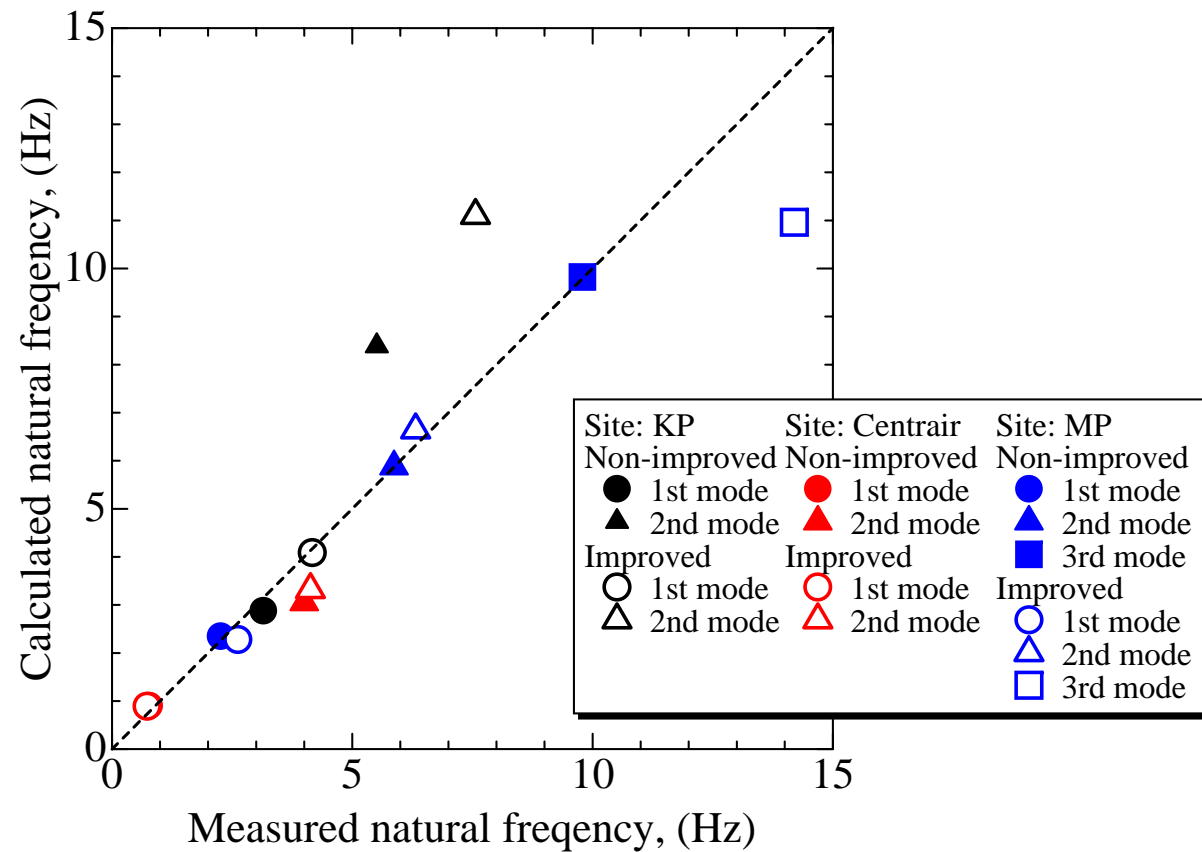


## 改良地盤

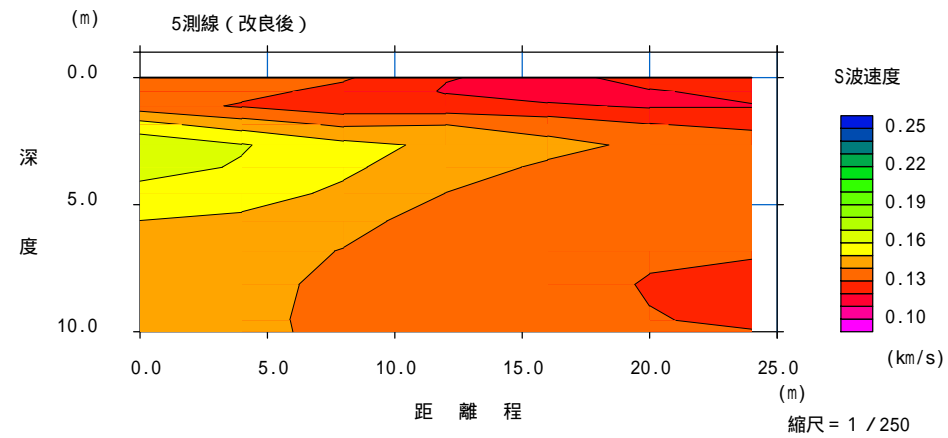
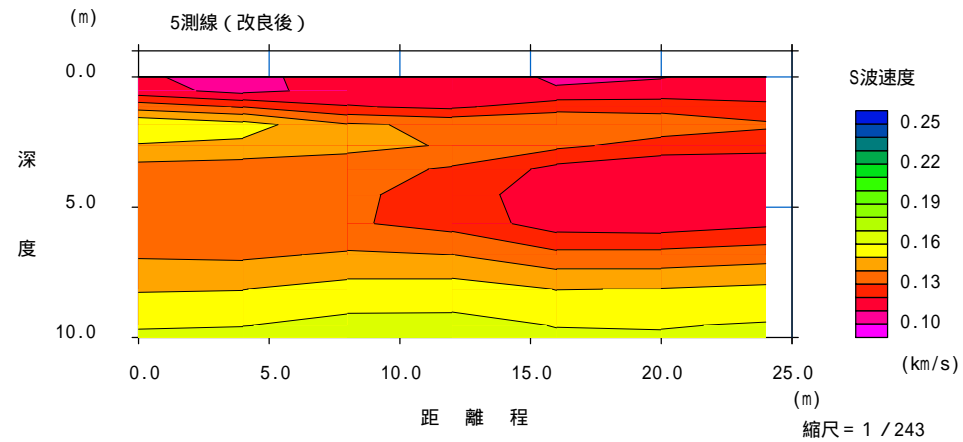




# 計算値と実測値における固有振動数の比較



# 測線配置図: ある薬液注入





# 地震がないのに地震防災の研究・仕事 in イギリス



イギリスにたった一つの6自由度振動台